

流体力学 II 試験問題 (1)

1996-12-19, 10:20~11:50

by E. Yamazato

1. (20) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ. またその平均速度を求める式を示せ.

$$\frac{U - u}{u^*} = 5.75 \log \frac{R}{y}$$

ただし, U は円管内の最大速度, u は任意の点の速度, R は円管の半径, u^* はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (15) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき境界条件を与えて係数 a, b, c を求めよ.

$$u = a + by + cy^2$$

3. (20) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ. δ^*, θ, H (形状係数). ただし U は境界層外での速度, δ は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = \frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

4. (25) 直径 20cm, 長さ 80m の円管で 3.0mAq (水柱高さ) の圧力損失がある場合について次の値を計算せよ: (1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 中り 3cm の位置におけるせん断応力, (3) だし水の密度は 10^3kg/m^3 とする. 5. (25) 直径 20cm の円管の流量を測定するために, ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 14.5m/s, 13.0m/s を得た. 円管内の流量および摩擦係数 λ を求めよ. ただし管内の平均速度は $V = u_{max} - 3.75u^*$ とする.

(解)

1.

$$\tau = \tau_w = \rho \kappa^2 \left(y \frac{du}{dy} \right)^2$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa \left(y \frac{du}{dy} \right), \quad \text{i.e.} \quad du = \frac{u^*}{\kappa} \frac{dy}{y}$$

$$\text{Integrating} \quad u = \frac{u^*}{\kappa} (\ln y + C)$$

$$y = R : \quad U = \frac{u^*}{\kappa} (\ln R + C)$$

$$\frac{U - u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{R}{y}$$

$$\text{For } \kappa = 0.4, \quad \frac{U - u}{u^*} = 5.75 \log \frac{R}{y}$$

2.

$$y = 0 : u = 0, iea = 0$$

$$y = \delta : u = U = b\delta + c\delta^2, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 = b + 2c\delta$$

$$b = \frac{2U}{\delta}, \quad c = -\frac{1}{\delta^2}$$

$$\frac{u}{U} = 2\frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$$

3.

$$(1) \frac{u}{U} = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = d\eta$$

$$(2) \delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3\right) d\eta = \frac{3}{8}\delta = 0.375\delta$$

$$\theta = \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3\right) \left(\frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3\right) d\eta = \frac{39}{280}\delta = 0.139\delta$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = \frac{3}{8}\delta / \frac{39}{280}\delta = 2.69$$

4.

$$d = 0.2m, \quad \frac{dp}{dx} = 0.36759kPa/m (h = 3.0m = \frac{dp}{\rho g}; \quad \frac{dp}{dx} = \frac{\rho g(3.0)}{80})$$

$$(1) \tau_w \pi d = \frac{dp}{dx} \frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4} \frac{dp}{dx}$$

$$\tau_w = 0.3675 \times 10^3 \times \frac{0.2}{4} = 18.37Pa$$

$$(2) \frac{\tau_w}{\tau} = \frac{R}{r}, \quad \tau = 18.37 \times \frac{3}{10} = 5.51Pa$$

$$(3) v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{18.37}{10^3}} = 0.136m/s$$

$$(4) h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}; \quad v = \sqrt{\frac{2g \times 0.2 \times 3.0}{0.03 \times 80}} = 2.2m/s$$

5.

$$y = 10cm : u = 14.5m/s$$

$$y = 5cm : u = 13.0m/s$$

$$\frac{u_{max} - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

$$\frac{14.5 - 13.0}{u^*} = 2.5 \ln \left(\frac{10}{5}\right)$$

$$\frac{1.5}{u^*} = 1.73; \quad v^* = 0.86m/s$$

$$V = u_{max} - 3.75u^* = 14.5 - 3.75 \times 0.86 = 11.3m/s$$

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 V = \frac{\pi}{4} \times 0.2^2 \times 11.3 = 0.35m^3/s$$

$$\lambda = 8 \left(\frac{u^*}{V}\right)^2 = 8 \left(\frac{0.86}{11.3}\right)^2 = 0.046$$