

## 理想流体力学試験問題 (2)

by E. Yamazato

1998-9-18, 18:00~19:30

1. (25) 複素ポテンシャルが次式で表される流れの型を説明し、かつそれらの流れの速度ポテンシャルおよび流れの関数を求めよ。

$$(1) w = aze^{i\alpha} \ (\alpha > 0), (2) w = -5i \ln z + 3z, (3) w = 3z + 2 \ln z$$

2. (25) 4a の長さの平板に  $\alpha$  なる傾きをもち、かつ循環をもつ流れがある。(1) 流れの複素ポテンシャルを求めよ。(2) 平行流れ (w-平面) から平板に至る写像関係を示し、かつ流れをスケッチせよ。(3) 平板の後端に岐点ができるようにしたときの循環値を求めよ。

3.(25) 速度  $U$  の一様流れ中に強さ  $Q$  の吹き出しが原点にある場合、この流れ場に作用する力を求めよ。4.(25) 図に示すような流線図より、この流れはどのような型の流れを組み合わせたものかを説明せよ。また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

1.

(1) Parallel flow with  $\theta = \alpha$

$$w = ar\{(\cos(\theta + \alpha) + i \sin(\theta + \alpha))\}$$

$$\varphi = ar \cos(\theta + \alpha), \quad \psi = ar \sin(\theta + \alpha)$$

$$\frac{dw}{dz} = ae^{i\alpha} = a(\cos \alpha + i \sin \alpha) = u - iv$$

$$u = a \cos \alpha, \quad v = -a \sin \alpha, \quad V = a$$

(2) Parallel flow(U=3)+Circulation flow( $\Gamma = 10\pi$ )

$$w = -5i \ln(re^{i\theta}) + 3re^{i\theta} = -5i \ln r + 5\theta + 3r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\varphi = 5\theta + 3r \cos \theta, \quad \psi = 3r \sin \theta - 5 \ln r$$

(3) Parallel flow(U=3)+source flow( $Q = 4\pi$ )

$$w = 3re^{i\theta} + 2 \ln(re^{i\theta})$$

$$\varphi = 3r \cos \theta + 2 \ln r, \quad \psi = 3r \sin \theta + 2\theta$$

2.

$$w = U\left(z_1 + \frac{a^2}{z_1}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z_1, \quad z_2 = z_1 e^{i\alpha}, \quad z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$

$$\frac{dw}{dz_1} \frac{dz_1}{dz_2} \frac{dz_2}{dz} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right) = U\left(1 - \frac{a^2}{z_1^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$

$$\text{At point A, } z = 2a, \quad z_2 = a, \quad z_1 = z_2 e^{-i\alpha} = a e^{-i\alpha}$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right)_A = U\left(1 - \frac{a^2}{a^2 e^{-2i\alpha}}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{-i\alpha}} = 0$$

$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} e^{i\alpha} = 0$$

$$U(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$U(\cos \alpha - i \sin \alpha - \cos \alpha - i \sin \alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$\Gamma = -4\pi a U \sin \alpha \ (\Gamma : \text{negative})$$

3.

$$w = Uz + m \ln z, \quad m = \frac{Q}{2\pi}$$

$$\frac{dw}{dz} = U + \frac{m}{z}$$

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)^2 = U^2 + \frac{m^2}{z^2} + \frac{2Um}{z}$$

$$F_x - iF_y = \frac{i\rho}{2} \oint \left(\frac{dw}{dz}\right)^2 dz = \frac{i\rho}{2} 2Um(2\pi i) = -2\pi\rho Um = -\rho UQ$$

$$F_x = -\rho UQ, \quad F_y = 0$$

4.

Parallel flow+Source+Sink flow,  $dw = iUz + m \ln(z + a_2) - m \ln(z - a_1)$

$$w = 4iz + \frac{27 \times 4}{2\pi} [\ln(z + 3 + 4i) - \ln z]$$

$$w = 4iz + \frac{54}{\pi} \ln \left[ 1 - \frac{(3 + 4i)}{z} \right]$$