

理想流体力学演習問題 (6)

11-27-2003

by E. Yamazato

番号・氏名 _____

1. 複素ポテンシャルが次の式で表される流れについて説明せよ。

$$(1)w = aze^{-i\alpha}(\alpha > 0), \quad (2)w = z^n(n = 1/2)$$

2. 渦なし二次元流れで、流れの関数が $\psi = 2xy$ で与えられるとき、速度ポテンシャルおよび複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

理想流体力学演習問題 (6)

11-27-2003

by E. Yamazato

番号・氏名

1. 複素ポテンシャルが次の式で表される流れについて説明せよ。

$$(1)w = aze^{-i\alpha} (\alpha > 0), \quad (2)w = z^n (n = 1/2)$$

2. 渦なし二次元流れで、流れの関数が $\psi = 2xy$ で与えられるとき、速度ポテンシャルおよび複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

$$1. (1) \frac{dw}{dz} = ae^{-i\alpha} = a(\cos \alpha - i \sin \alpha) = u - iv$$

$$\therefore u = a \cos \alpha, \quad v = -a \sin \alpha, \quad V = a$$

$$(2) z = re^{i\theta}, \quad w = \varphi + i\psi = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$\varphi = r^n \cos n\theta, \quad \psi = r^n \sin n\theta$$

$$\text{For } n = \frac{1}{2}, \quad \varphi = r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \psi = r^{1/2} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$2. u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 2x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy$$

$$\varphi = x^2 - y^2 + C, \quad \therefore w = \varphi + i\psi = (x^2 - y^2) + 2xyi = az^2$$