

理想流体力学演習問題(2)

10-30-2003

by E. Yamazato

番号・氏名

1. 速度成分が $u = ax + by$, $v = cx + dy$ で示される流れが非圧縮性流体となるための条件を求めよ。また、流れが渦なし流れとした場合の流れ関数を求めよ。
2. 非圧縮性流体の速度成分が $u = ax$, $v = ay$, $w = -2az$ で与えられるとすればこの流れの流線は $y^2z = C$, $x/y = C$ の曲面の交わりの曲線で表されることを示せ。

(解)

理想流体力学演習問題 (2)

10-30-2003

by E. Yamazato

番号・氏名

1. 速度成分が $u = ax + by$, $v = cx + dy$ で示される流れが非圧縮性流体となるための条件を求めよ。また、流れが渦なし流れとした場合の流れ関数を求めよ。

2. 非圧縮性流体の速度成分が $u = ax$, $v = ay$, $w = -2az$ で与えられるとすればこの流れの流線は $y^2z = C$, $x/y = C$ の曲面の交わりの曲線で表されることを示せ。

(解)

$$1. \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad a + d = 0$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = ax + by, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = cx + dy$$

$$\psi = axy + \frac{b}{2}y^2 + f(x), \quad \psi = -\frac{c}{2}x^2 - dxy + f(y)$$

$$\therefore \psi = axy + \frac{1}{2}(by^2 - cx^2) + C$$

$$\text{For irrotational flow, } \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad b = c$$

$$\therefore \psi = axy + \frac{b}{2}(y^2 - x^2) + C$$

$$2. \frac{dx}{ax} = \frac{dy}{ay}, \quad \ln x - \ln y = C, \quad \therefore \frac{x}{y} = C$$

$$\frac{dy}{ay} = -\frac{dz}{2az}, \quad \ln y + \frac{1}{2} \ln z = C, \quad \therefore y^2z = C$$