

流体力学 III 試験問題

1970-2-16

by E. Yamazato

- 半径 a の円柱のまわりを平行流が速度 U で左から右へ流れている。(1) x 軸および y 軸上の速度分布を $u/U, v/U$ で示せ。(2) x 軸上で $x=-a, x=-2a$ 点の圧力係数を求めよ。
- 吹き出しの強さ $m = Q/2\pi = 60\text{cm}^2/\text{s}$ の吹き出し点が $x = 2\text{cm}, y = 0$ 点にあり、それと同じ強度の吹き出し点が $x = -2\text{cm}, y = 0$ の点にあるとき、次の値を求めよ。(1) 岐点、(2) 流線と等ポテンシャル線を描け。(3) $x = 2\text{cm}, y = 3\text{cm}$ 点の合速度の大きさと方向を求めよ。(4) 無限遠点の圧力を 12kgf/cm^2 とすれば $x = 2\text{cm}, y = 3\text{cm}$ 点の圧力はいくらか。ただし流体の密度を 0.01kg/cm^3 とする。
- 図に示すような流線図より、この流れがどのような型の流れを組み合わせたものか説明せよ。また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

1.

$$(1) \quad \frac{dw}{dz} = U\left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) = U\left(1 - \frac{a}{r^2}e^{2i\theta}\right)$$

$$\text{On the } x\text{-axis, } \theta = 0, \pi, \quad e^{-2i\pi} = 1$$

$$U\left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right) = u - iv, \quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = \left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right)$$

$$r = y, \quad \theta = \pm \frac{\pi}{2}, \quad e^{-2i\theta} = -1$$

$$v = 0, \quad \frac{u}{U} = \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right), \quad \frac{v_\theta}{U} = 2 \sin \theta$$

$$(2) \quad C_p = \frac{p - p_\infty}{(1/2)\rho U^2} = 1 - \left(\frac{V}{U}\right)^2$$

$$\text{On the } x\text{-axis: } V = u = U\left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right)$$

$$C_p = \left\{1 - \left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right)^2\right\}$$

$$x = -a: C_p = \left\{1 - \left(1 - \frac{a^2}{a^2}\right)^2\right\} = 1$$

$$x = -2a: C_p = \left\{1 - \left(1 - \frac{a^2}{4a^2}\right)^2\right\} = \frac{7}{16}$$

2.

$$(1) \quad \frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} = 0, \quad \frac{m}{x-2} + \frac{m}{x+2} = 0, \quad x = 0$$

$$(3) \quad v_{r1} = \frac{m}{\{(x-2)^2 + y^2\}^{1/2}}, \quad v_{r2} = \frac{m}{\{(x+2)^2 + y^2\}^{1/2}}$$

At point(2, 3),

$$v_{r1} = \frac{60}{3} = 20\text{cm/s}, \quad v_{r2} = \frac{60}{5} = 12\text{cm/s}$$

$$V^2 = v_{r1}^2 + v_{r2}^2 - 2v_{r1}v_{r2} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$V^2 = 20^2 + 12^2 + 2 \times 20 \times 12 \times \frac{3}{5}, \quad V = 28.8 \text{ cm/s}$$

$$p_\infty = 12 \text{ kgf/cm}^2, \quad \rho = 0.01 \text{ kg/s}^2/\text{cm}^4, \quad p_\infty = p + \frac{\rho}{2} V^2$$

$$\text{At point}(2, 3), \quad p = 12 - \frac{0.01}{2} \times 28.8^2 = 7.84 \text{ kgf/cm}^2$$

3.

$$(1) \quad \varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360} Q' = \frac{1}{6} Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120 \text{ cm}^3/\text{s}, \quad m' = 19 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$(2) \quad v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55 \text{ cm/s}$$

$$(3) \quad v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr} \right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr} \right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4) \quad v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ cm/s}$$