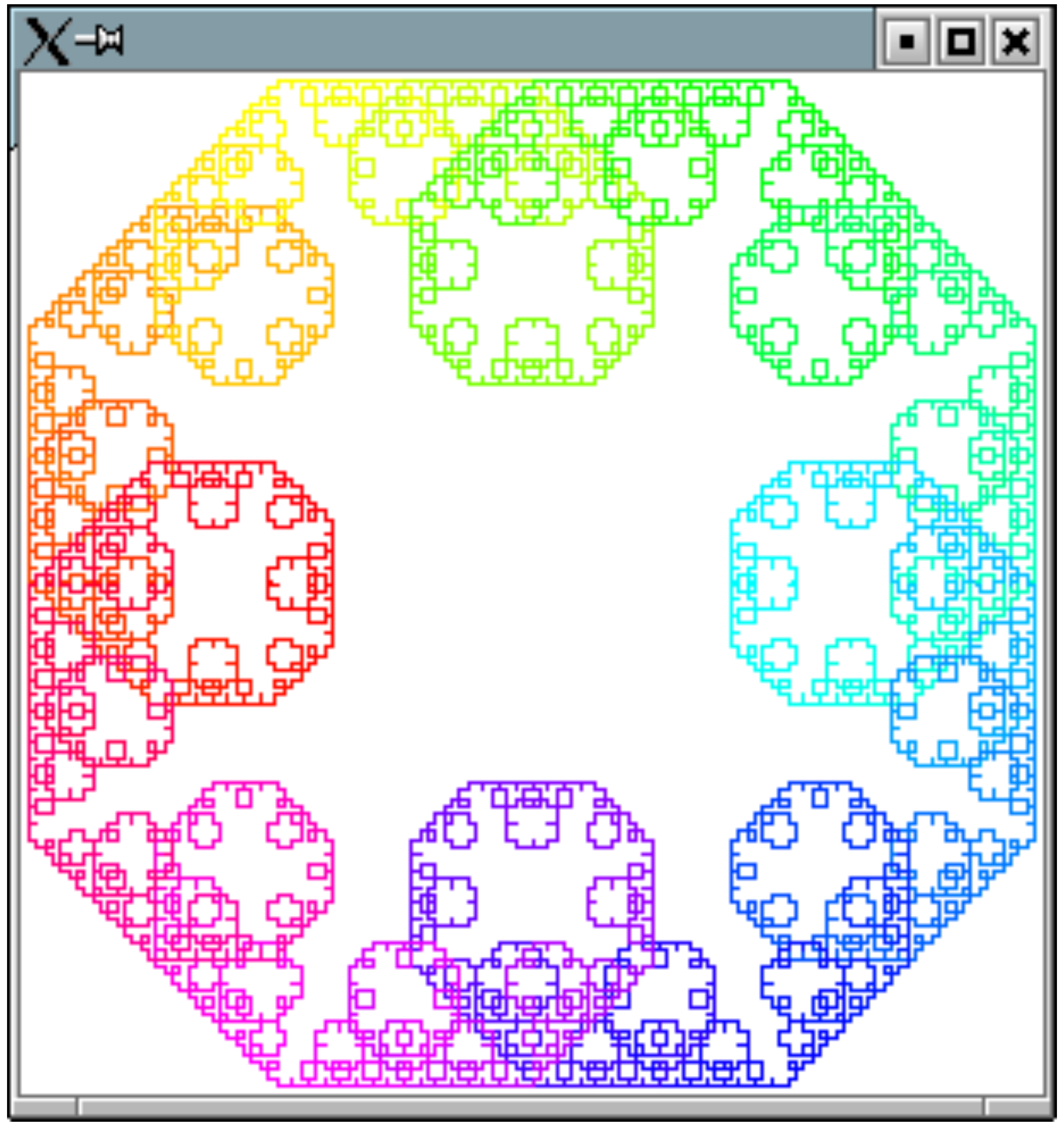
SSH コンソーシアム TOKAI の
１・２年生を対象とした「高大接続探究ゼミ」

Pythonでフラクタルを描画しよう

アドバンスコース



名古屋大学　山里敬也
yamazato@nagoya-u.jp

フロー制御

実際のプログラムでは，式の評価結果に基づき命令（処理）をスキップしたり，くり返したり，いくつかある命令（処理）の一つを実行したりすることができます.

このような処理のことをフロー制御と言います.

フロー制御はフローチャート（流れ図）で表すことができます.

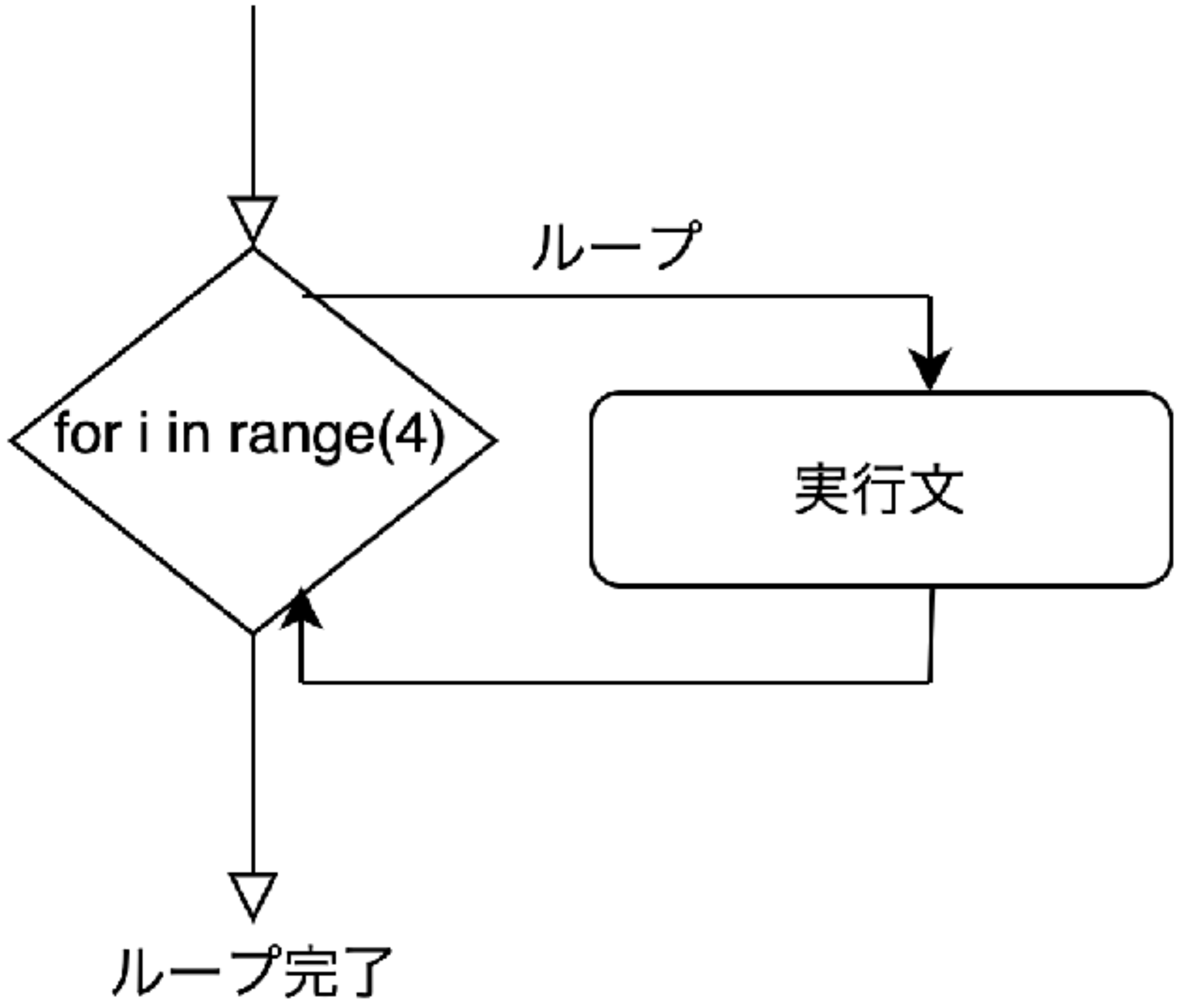
代表的なフロー制御には

- くり返し処理
  - for, while
- if（条件分岐）
  - if, elif, else

があります.

for ループと range

くり返し




```
for i in range(4):
    forward(100)
    right(90)
```

```
for 変数 in オブジェクト:
    実行文
```

文字列・リスト・関数など

range()

整数列のリストを返す関数

range(start, stop[, step])

range(0,4,1)
> 0, 1, 2, 3
range(4)
> 0, 1, 2, 3
range(0,4,2)
> 0, 2
range(4,0,-1)
> 3, 2, 1, 0

if と else

もし〜ならば，そうでなければ〜

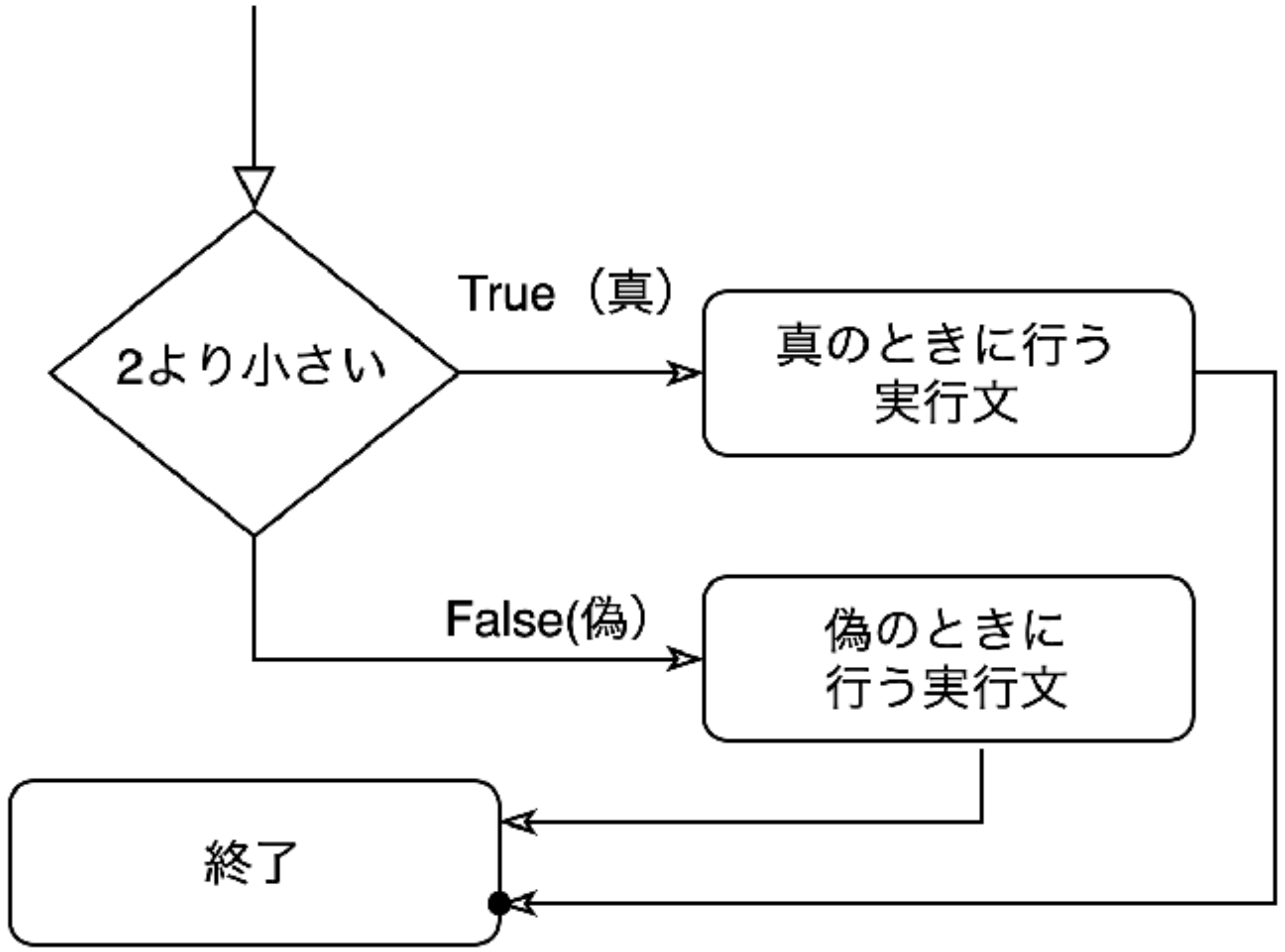
真か偽を評価

if 条件式：

式が**真**のときに実行

else:

式が**偽**のときに実行




```python
number = 2*3*4
if number < 2:
    print("Number is less than two.")
else:
    print("Number is not less than two.")
```

比較演算子

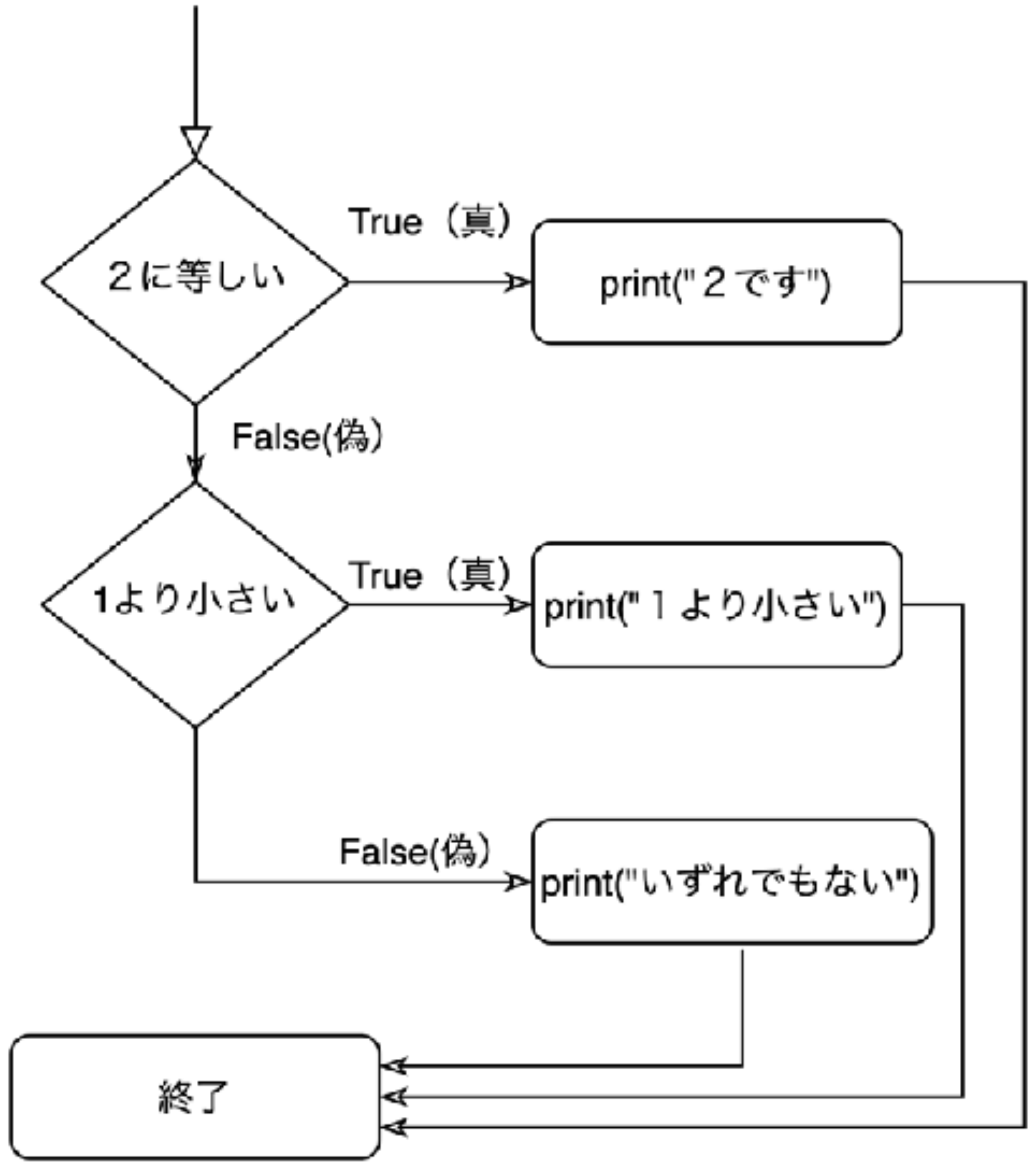
演算子	意味
==	等しい
!=	等しくない
>	より大きい
<	より小さい
>=	以上
<=	以下

ブール演算子

AND, OR, NOT

if, elif, else

もし～ならば，そうでなくもし～ならば，いずれでも無ければ～




```
number = 2*3*4
if number == 2:
    print("2です")
elif number < 2:
    print("1より小さい")
else:
    print("いずれでもありません.")
```

いずれでもありません.

if 条件式1 :

　式1が**真**のときに実行

elif 条件式2:

　式2が**真**のときに実行

else:

　いずれでも無い場合に実行

比較演算子

演算子	意味
==	等しい
!=	等しくない
>	より大きい
<	より小さい
>=	以上
<=	以下

ブール演算子
AND, OR, NOT

再帰呼び出し

関数内で自分自身を呼び出す

- 引数を与えないと、無限ループになる

再帰構造を持った関数の定義が容易に

- 再帰呼び出しはループでも実現できるが，可読性は再帰呼び出しの方が良い

例：階乗，フィボナッチ数

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k = n \times (n-1) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{if } n = 0 \\ n \times (n-1)!, & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

終了条件

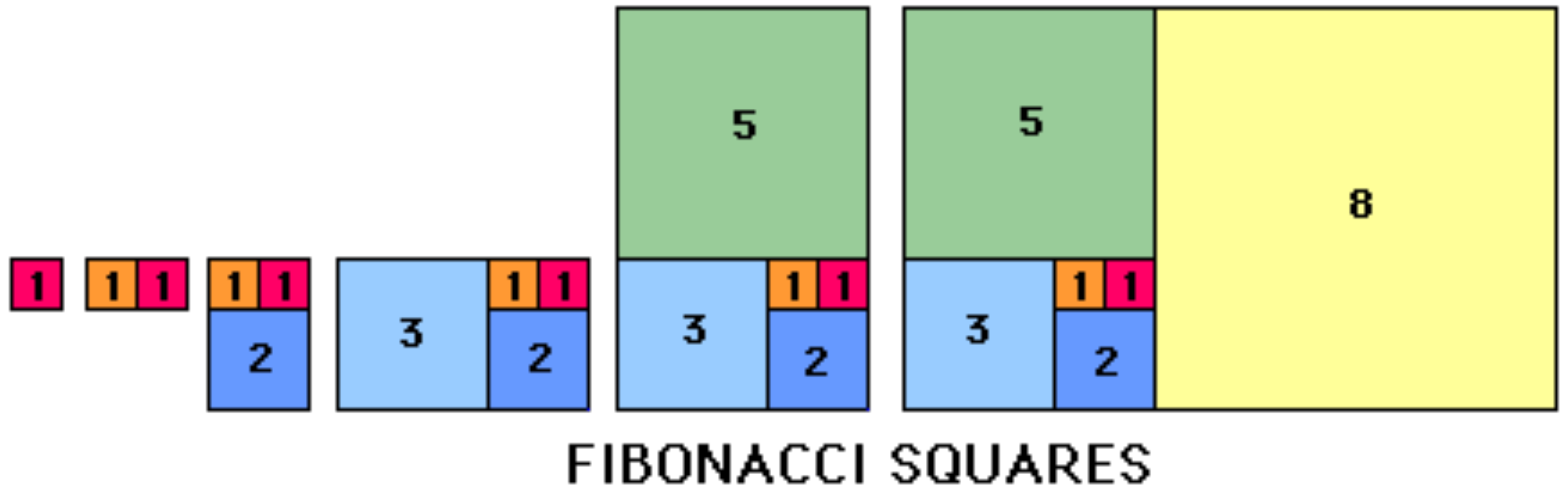
自分自身を呼び出す

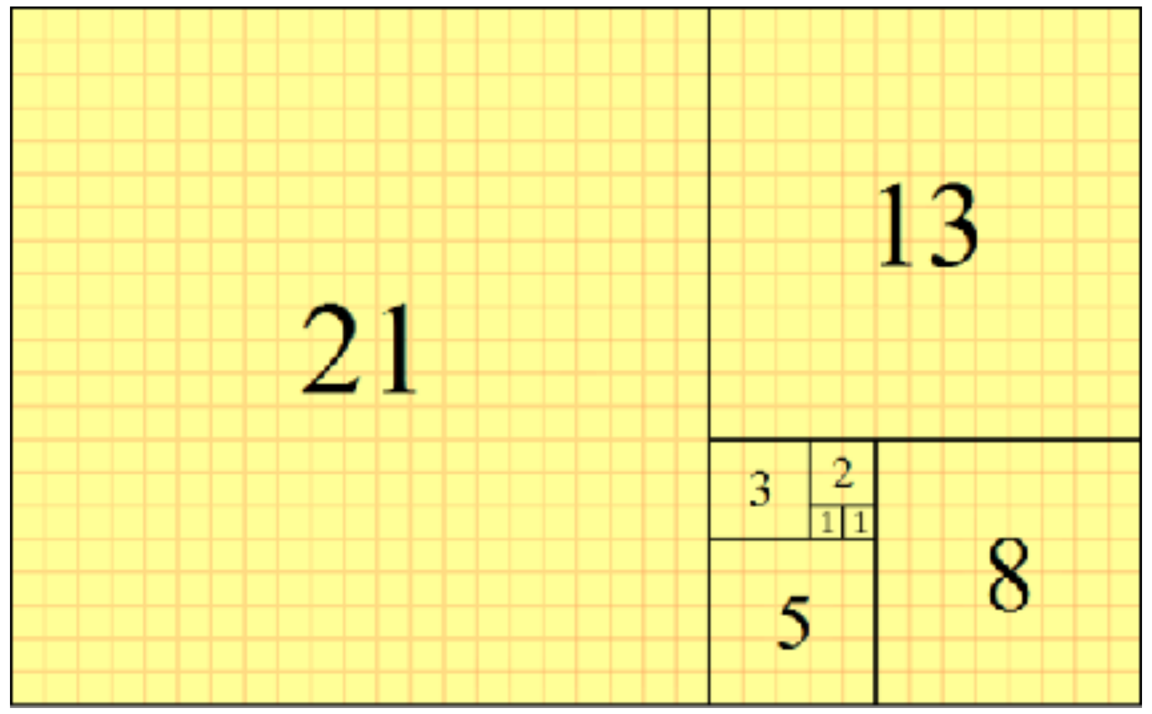
```
def factor1(n):
# 再帰呼び出しによる階乗計算
    if n == 0:
        return 1
    else:
        return n * factor1(n - 1)

def factor2(n):
# for 文により階乗計算
    answer = 1
    for i in range(1, n+1):
        answer = answer *i
    return answer
```

フィボナッチ数

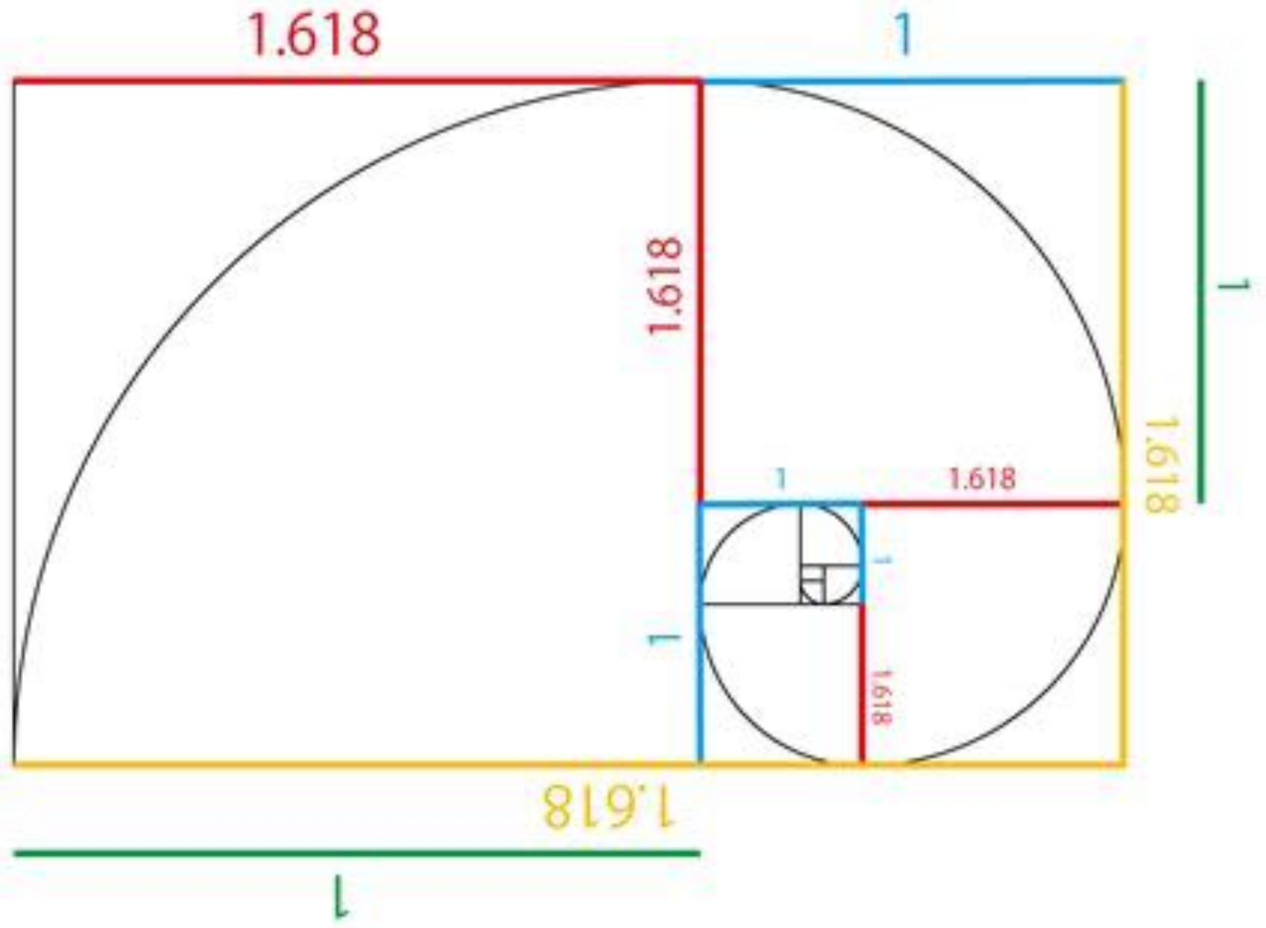
フィボナッチ数列が生み出す螺旋は、世界で最も美しい螺旋

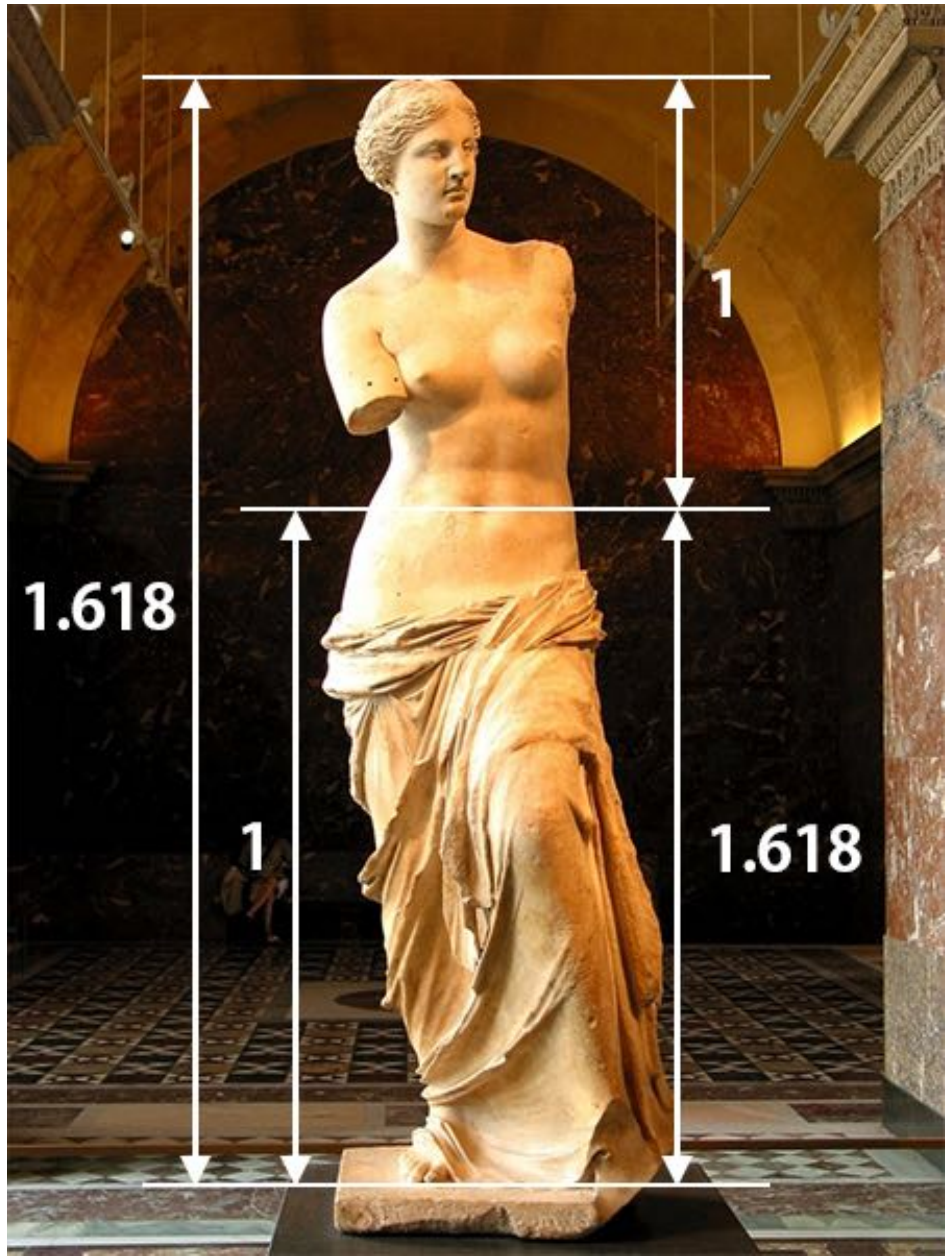
黄金比は「1 ：(1+√5)÷2」=1.618…
これはフィボナッチ数列の隣り合う数字の比と一致します。

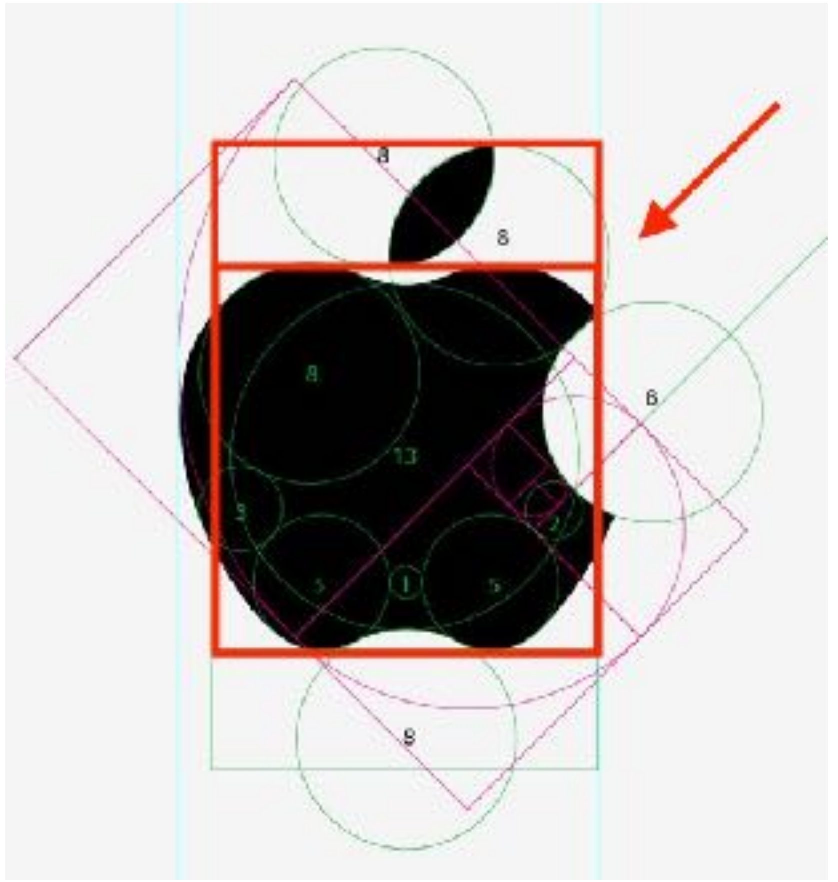


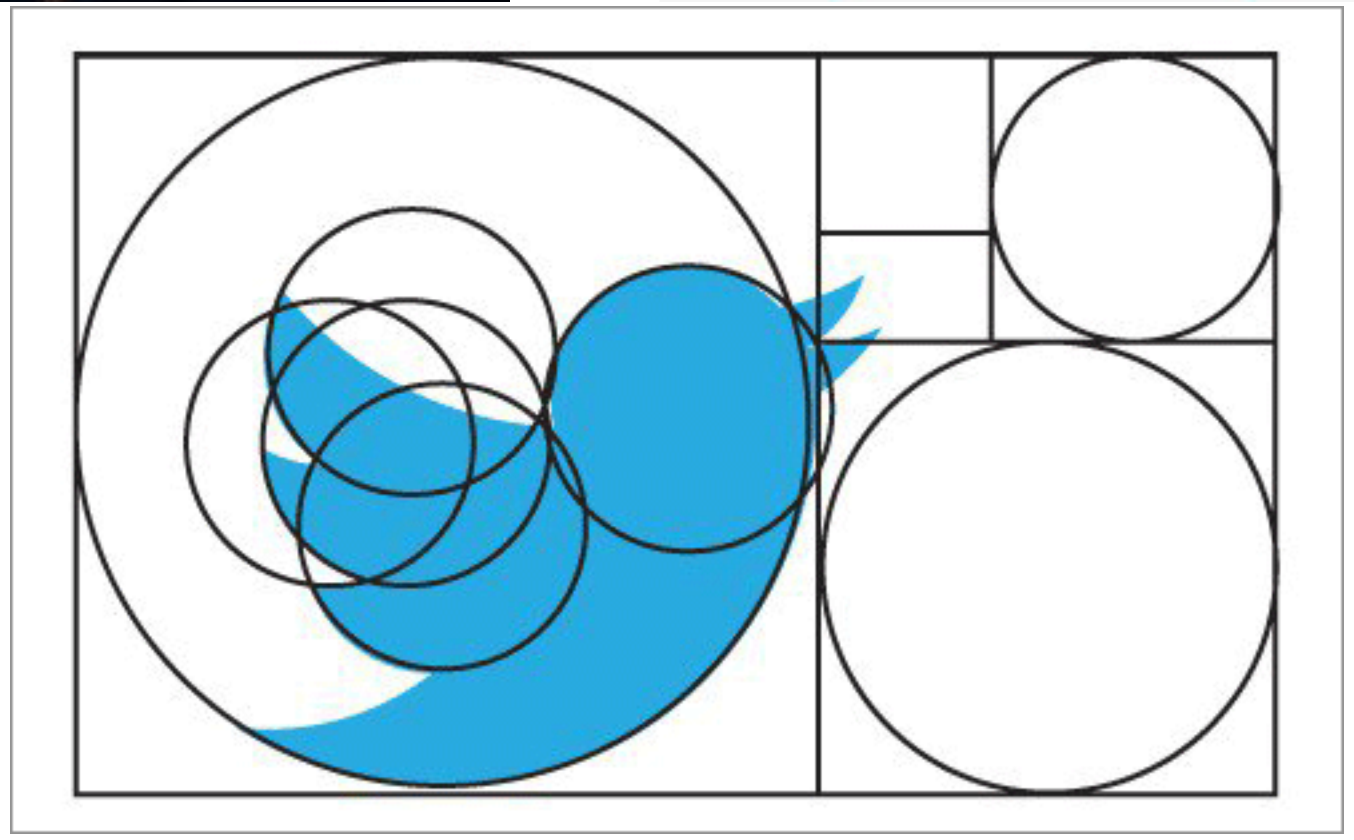


黄金比　1 : 1.618









階乗

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{if } n = 0 \\ n \times (n-1)!, & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

```
def factor1(n):
# 再帰呼び出しによる階乗計算
    if n == 0:
        return 1
    else:
        return n * factor1(n - 1)

def factor2(n):
# for 文により階乗計算
    answer = 1
    for i in range(1, n+1):
        answer = answer *i
    return answer
```

フィボナッチ数

$$F_0 = 0,\ F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

```
def Fibonacci1(n):
# 再帰呼び出しによるフィボナッチ数列
    if n < 2:
        return n
    else:
        return Fibonacci1(n-1) + Fibonacci1(n-2)

def Fibonacci2(n):
# for文によるフィボナッチ数列
    if n<2:
        return n
    else:
        a=1
        b=1
        for i in range(n-2):
            total = a + b
            b=a
            a= total
        return a
```

亀さんを再帰的に動かしてフラクタルを描かせよう

タートルグラフィックスで再帰的に描画してみましょう.

だんたんと小さくなるような図形の描画にチャレンジします.

具体的には，引数をもった関数の再帰を利用して描画していきます.

フラクタルとは、自己相似性という性質を持っている図形で、代表的なものに、マンデルブロ集合というのがあります。（検索してみよう）

コッホ曲線

コッホ曲線 はフラクタル図形の一つで，線分を3等分し、分割した2点を頂点とする正三角形の作図を無限に繰り返すことによって描くことができます.

1次（くり返し数1）のコッホ曲線

これを基本図形として，各辺を基本図形に置き換えます.
2次（くり返し数2）のコッホ曲線は以下になります.

以上をくり返すことでコッホ曲線を描くことができます.

```python
from ColabTurtle.Turtle import *
initializeTurtle()
def koch(n, length):
    if n <= 0:
        forward(length)
    else:
        koch(n-1, length/3)
        left(60)
        koch(n-1, length/3)
        right(120)
        koch(n-1, length/3)
        left(60)
        koch(n-1, length/3)
if __name__ == '__main__':
    speed(10)
    bgcolor("white")
    color("orange")
    penup()
    goto(250, 100) #亀さんを移動

    pendown()
    right(90) # 横線を引くために亀の向きを右へ

# コッホ曲線を4回転させる

    for i in range(4):
        koch(3, 300)
        right(90)
    penup()
    home()
```

シェルピンスキーのガスケット

- 正三角形が基本図形

正三角形の各辺の中心を結んで,
内側に正三角形を作ります

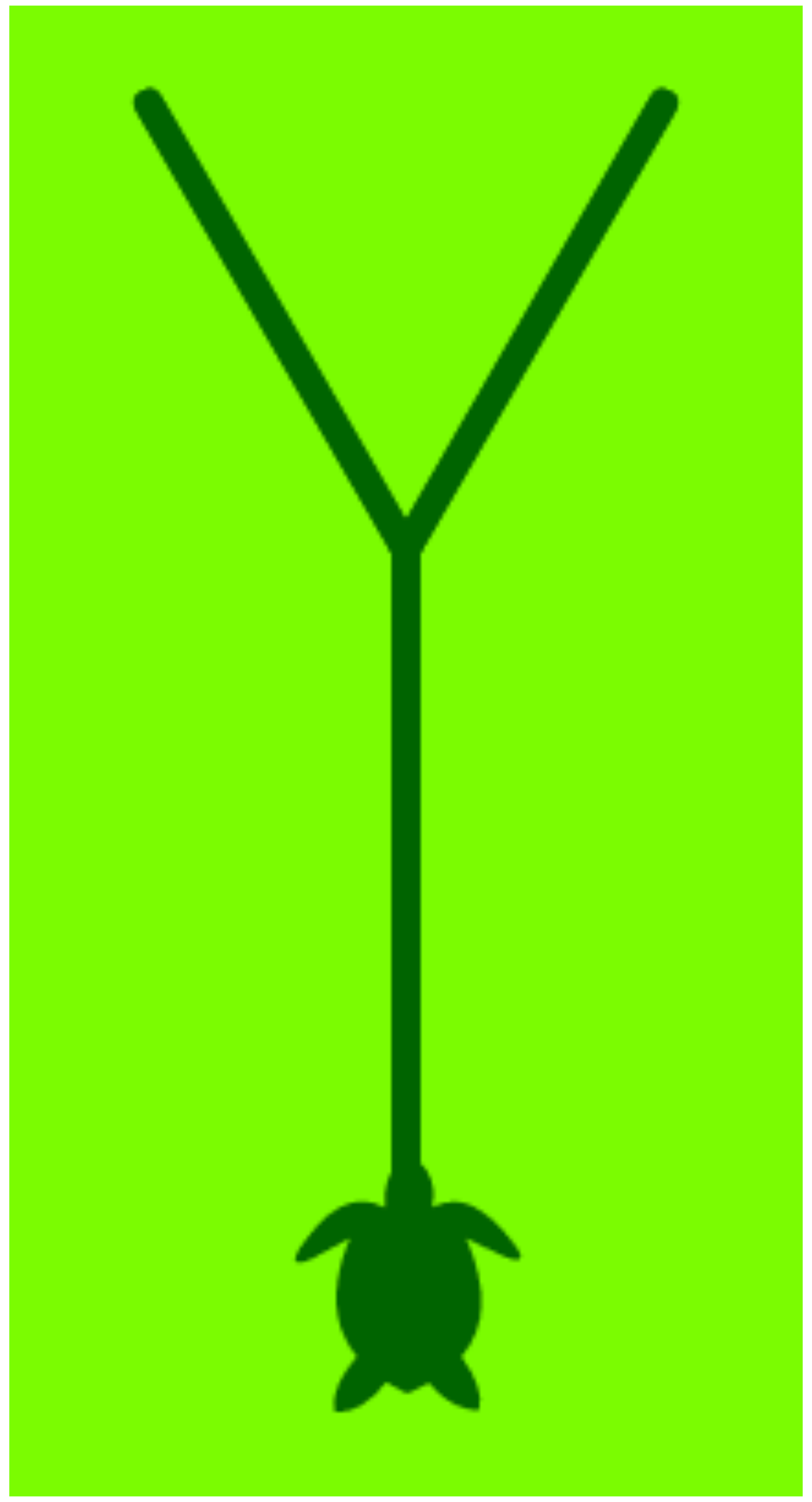
以上をくり返すことで描画していきます

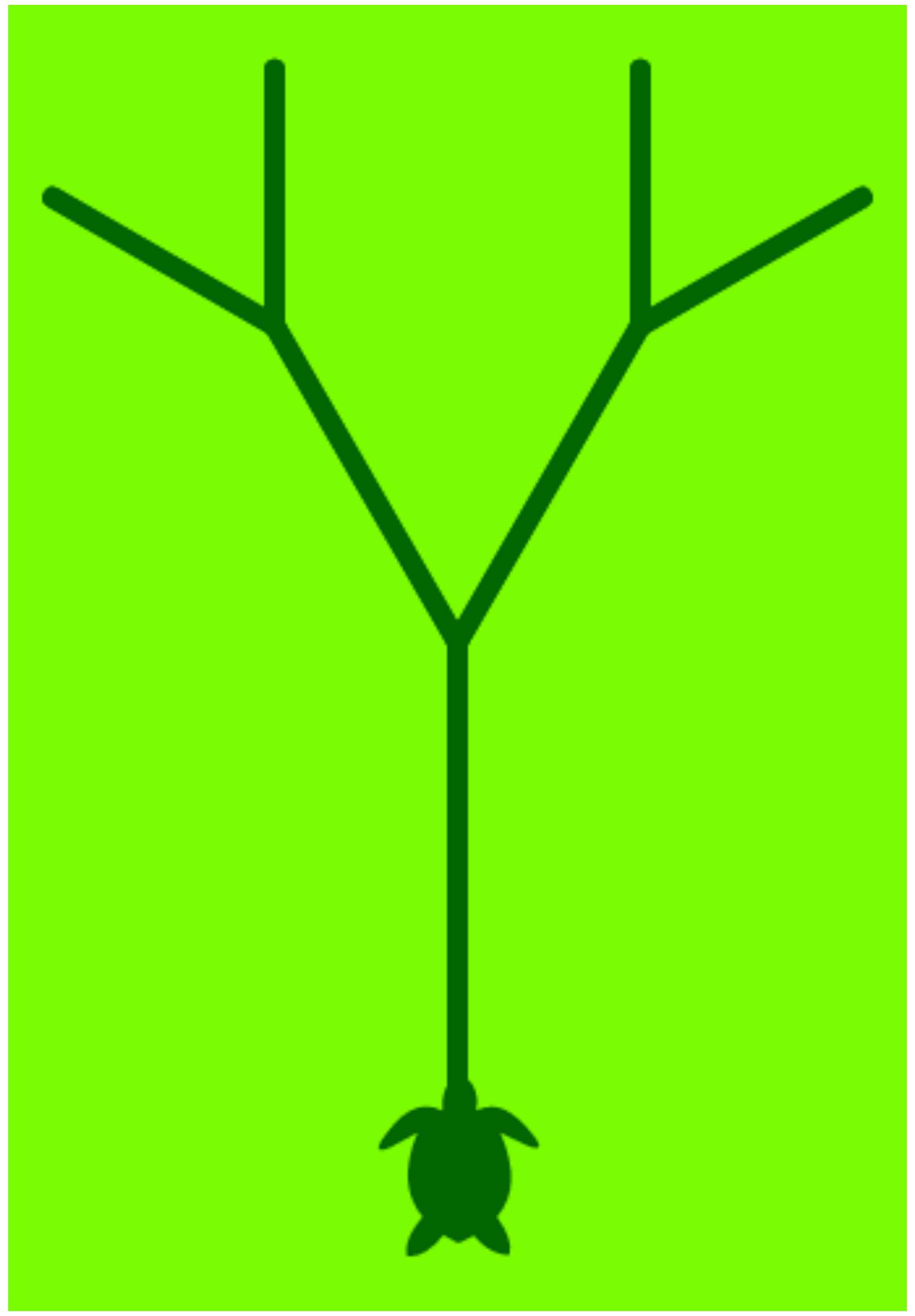
```python
from ColabTurtle.Turtle import *
initializeTurtle()

def Sierpinski_gasket(n, length):
    if n <= 0:
        # ここを考えよう

    else:
        Sierpinski_gasket(n-1, length/2) # 一辺を半分に

        forward(length) # 直線を描く

        left(120) # 120度左に

        Sierpinski_gasket(n-1, length/2)
        forward(length)
        left(120)
        Sierpinski_gasket(n-1, length/2)
        forward(length)
        left(120)

if __name__ == '__main__':
    speed(13)
    bgcolor("DarkRed")
    color("Gold")
    penup()
    goto(200,400) #亀さんを移動

    pendown()
    right(90) # 横線を引くために亀の向きを右へ

    Sierpinski_gasket(5, 400)
    penup()
    home()
```

二分木

- 1つの幹と2つの枝が基本図

次の次数（くり返し）では，この2つの枝を新たの幹として2つの枝を伸ばしていきます





以上をくり返すことで枝を伸ばして木を描いていきます.

```python
from ColabTurtle.Turtle import *
initializeTurtle()

def binary_tree(n, length, angle):
    if n > 0:
        forward(length)
        right(angle)
        binary_tree(n-1, length * 0.7, angle)
        left(angle * 2)
        binary_tree(n-1, length * 0.7, angle)
        right(angle)
        backward(length)

if __name__ == '__main__':
    speed(13)
    bgcolor("LawnGreen")
    color("DarkGreen")
    penup()
    goto(400,400) #亀さんを移動
    pendown()
    binary_tree(8, 100, 30)
```

試してみよう：Levy曲線

Ｌｅｖｙ曲線はフラクタルの一種。

直線から始めます

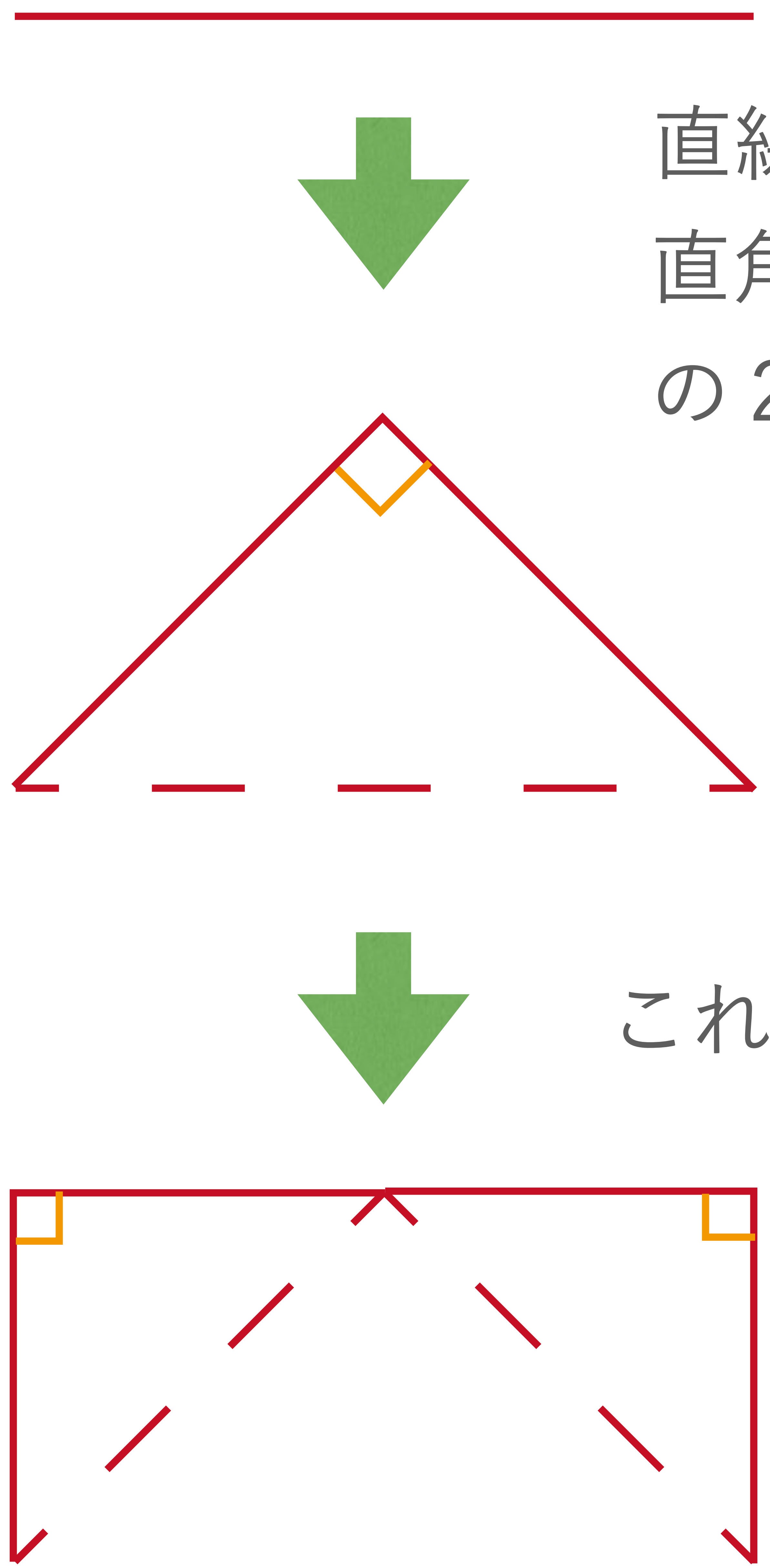
直線を底辺とする直角２等辺三角形の２辺に置き換えます

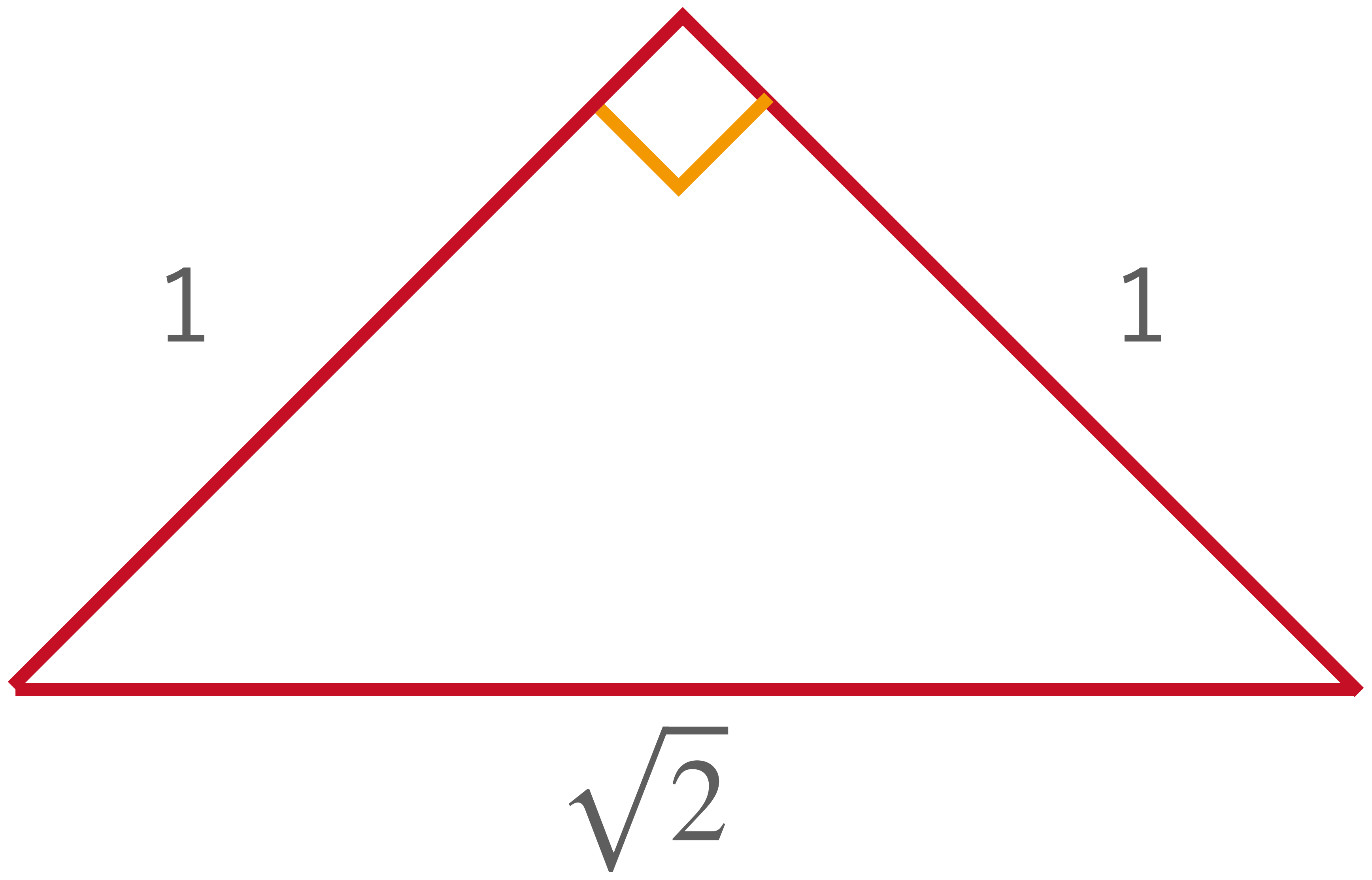
これをくり返します

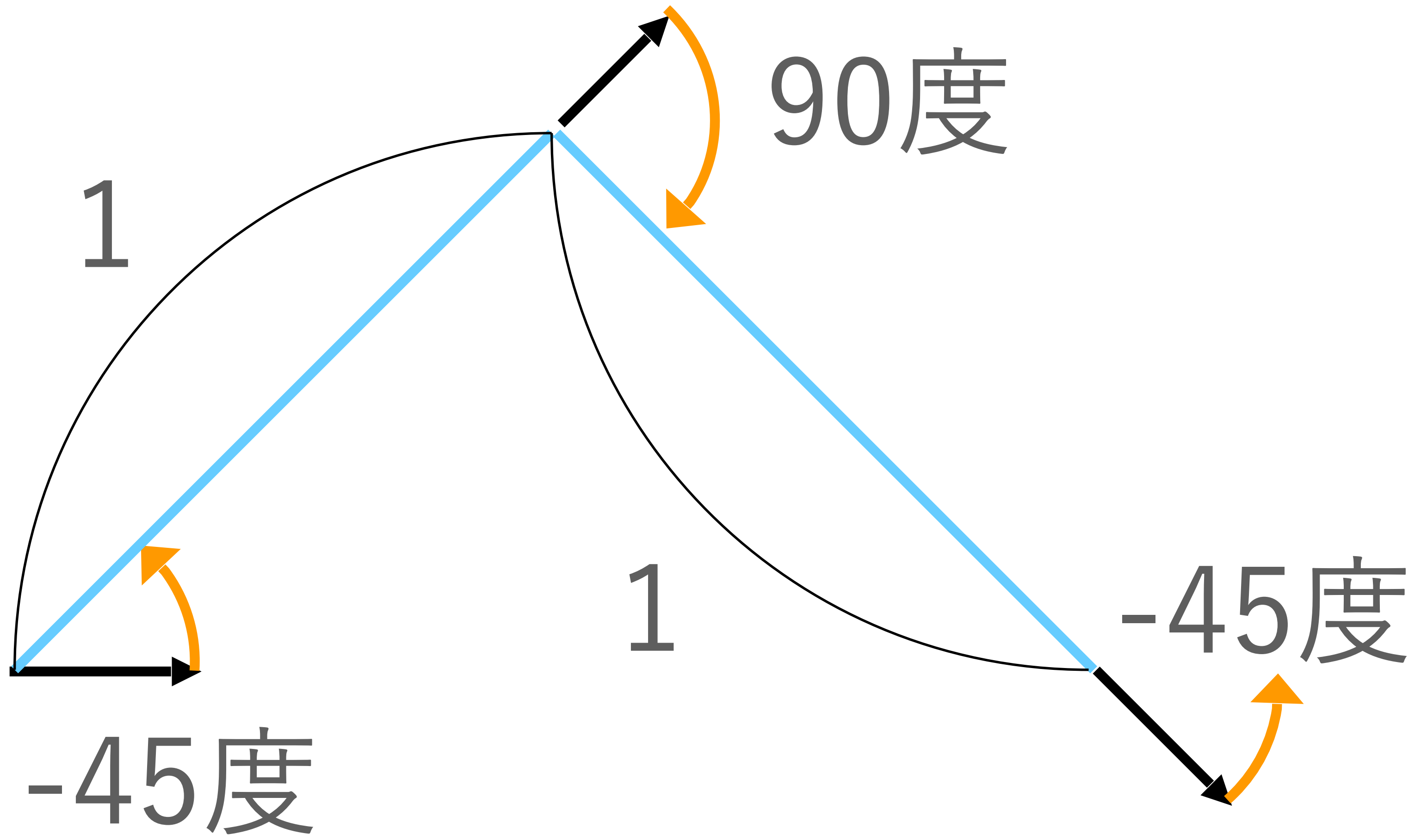
Step 0

Step 1

Step 2





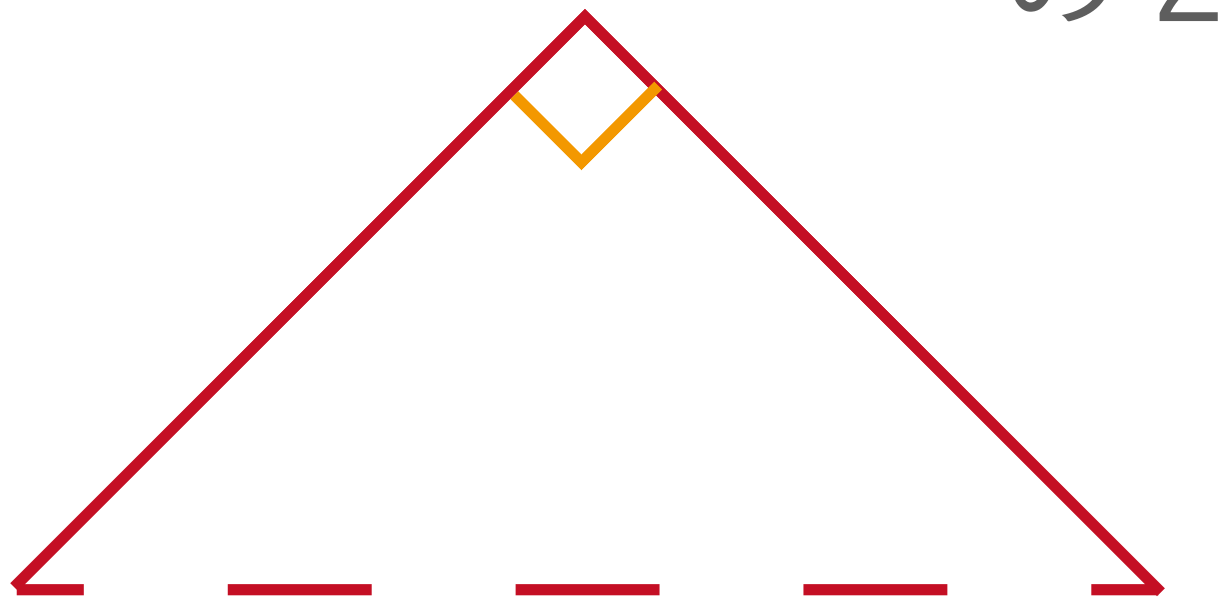


直線から始めます

Step 0

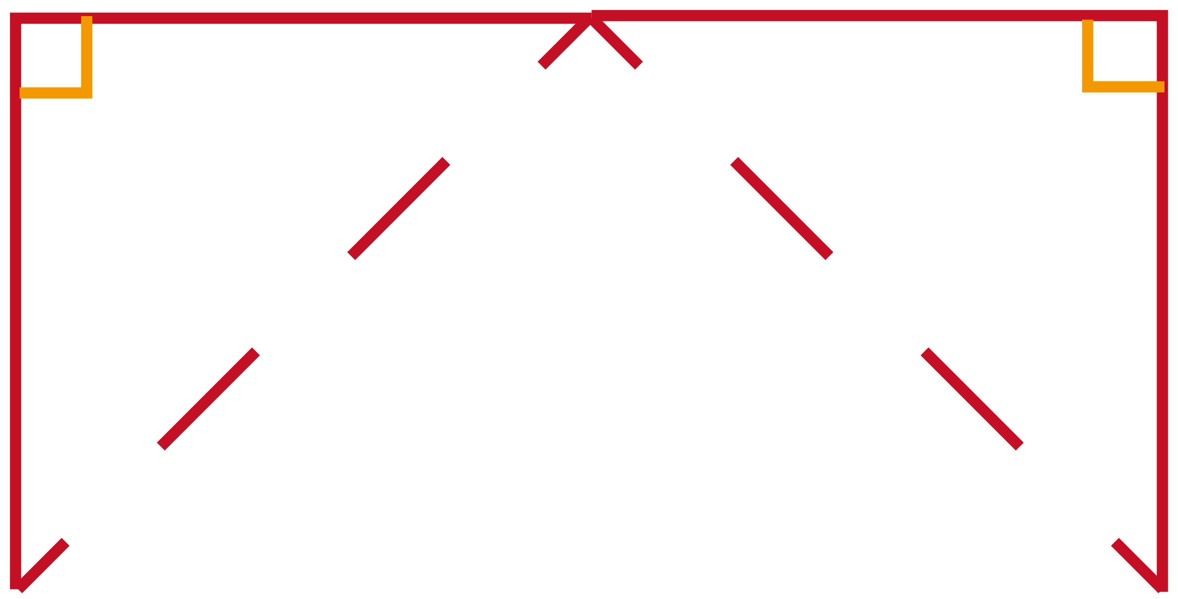
直線を底辺とする直角２等辺三角形の２辺に置き換えます

Step 1



これをくり返します

Step 2



length: 一辺の長さ

関数 **levy(length,n)** を考える

n: ステップ

length = sqrt(2)
n = 1 の場合

亀さんは右90度に進む

Step 0 levy($\sqrt{2}$,0)

forward($\sqrt{2}$)

length: 一辺の長さ

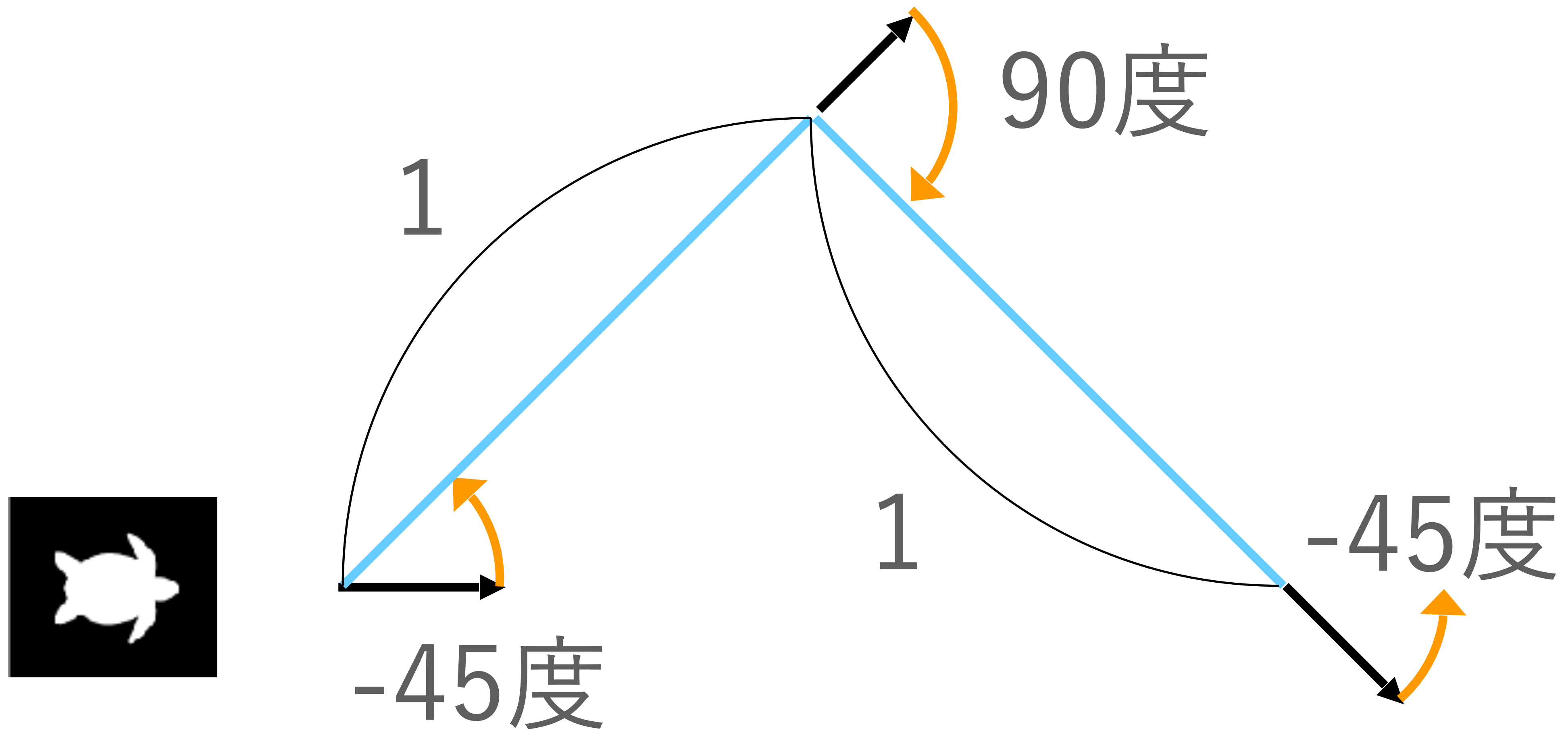
関数 **levy(length,n)** を考える

n: ステップ

length = sqrt(2)
n = 1 の場合

一辺の長さを$1/\sqrt{2}$倍

Step 1　　$\mathrm{levy}(\sqrt{2},1)$

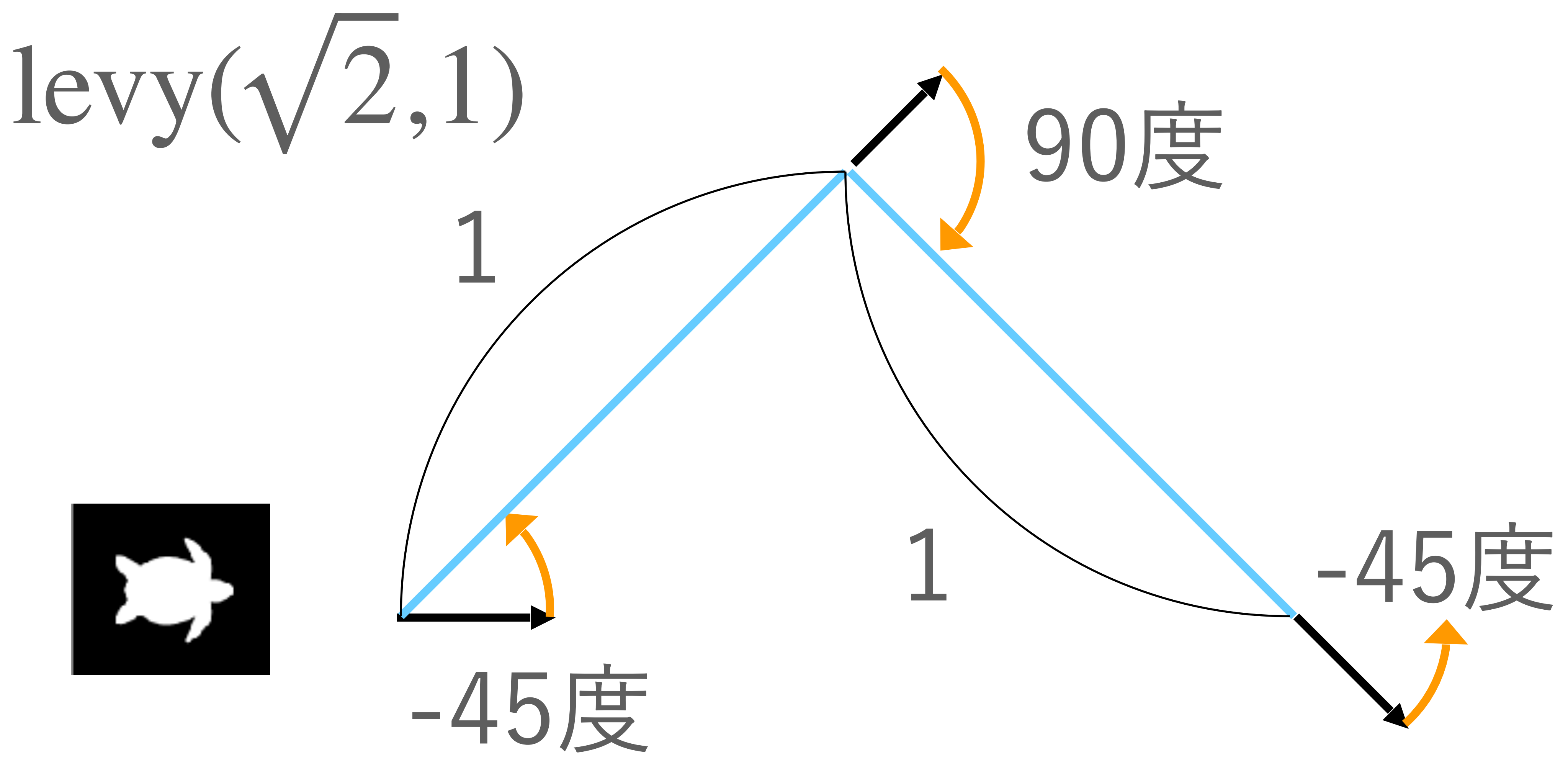



```
dl = length/sqrt(2)
left(45);
forward(1);     ⇒  levy(1,0);
right(90);
forward(1);     ⇒  levy(1,0);
left(45);
```

再帰呼び出し

再帰呼び出し

```python
def levy(length, n):
    if n == 0:
        forward(length)
    else:
        dl = length/sqrt(2)
        left(??)
        levy(dl,??)
        right(??)
        levy(dl,??)
        left(??)
```



length = sqrt(2)
n = 1 の場合

一辺の長さを$1/\sqrt{2}$倍

dl = length/sqrt(2)

left(45);

再帰呼び出し

forward(1); → levy(1,0);

right(90);

再帰呼び出し

forward(1); → levy(1,0);

left(45);

試してみよう：Dragon 曲線

直線をそれを底辺とする

直角二等辺三角形の

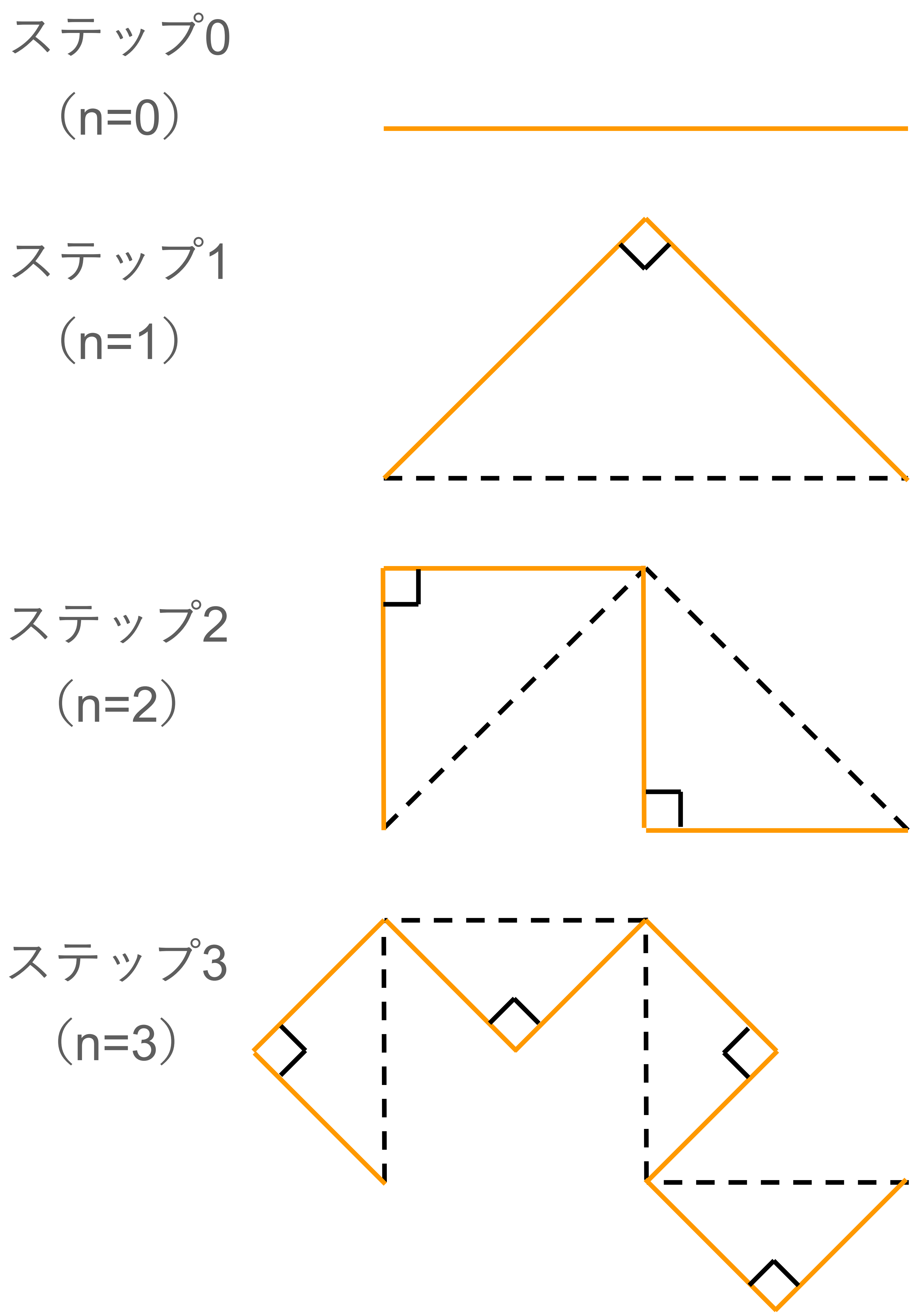
２辺に置き換える

以降は、交互に上下に

入れ替わった辺で置き換える

これを繰り返す

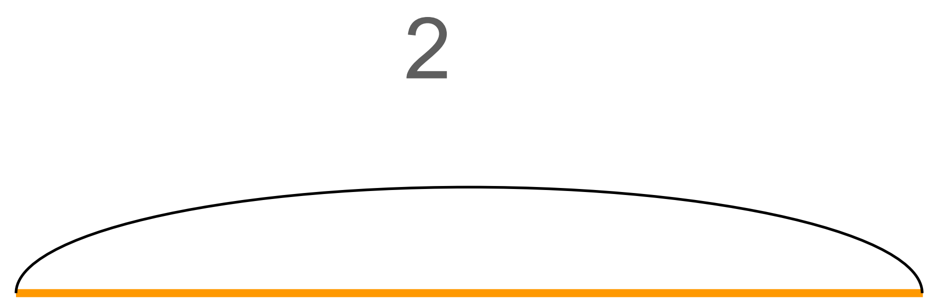
- n=8から12くらいがよいでしょう
- あまり n を大きくすると再帰処理に時間がかかって応答が遅くなります
- n の値をいろいろ変えた図を載せてもOKです



Dragon 曲線の描画のヒント

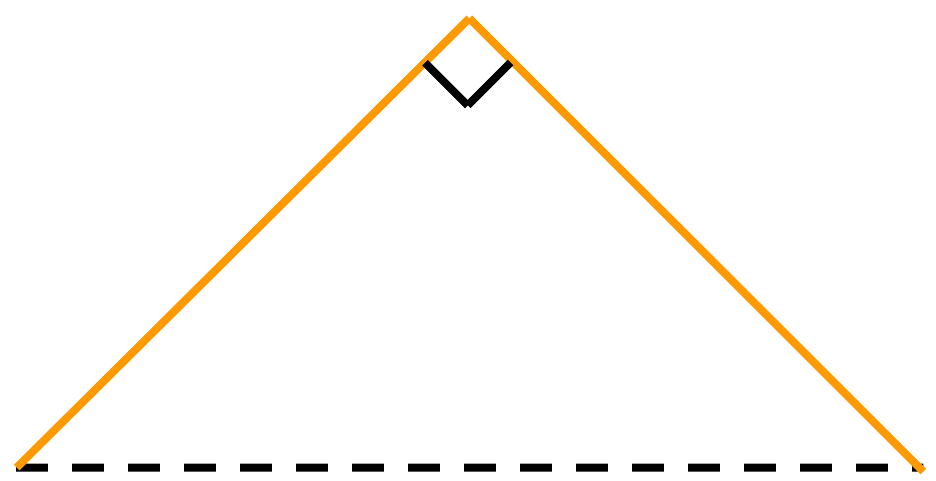
n=2,length=2 の Dragon 曲線

ステップ0
（n=0）



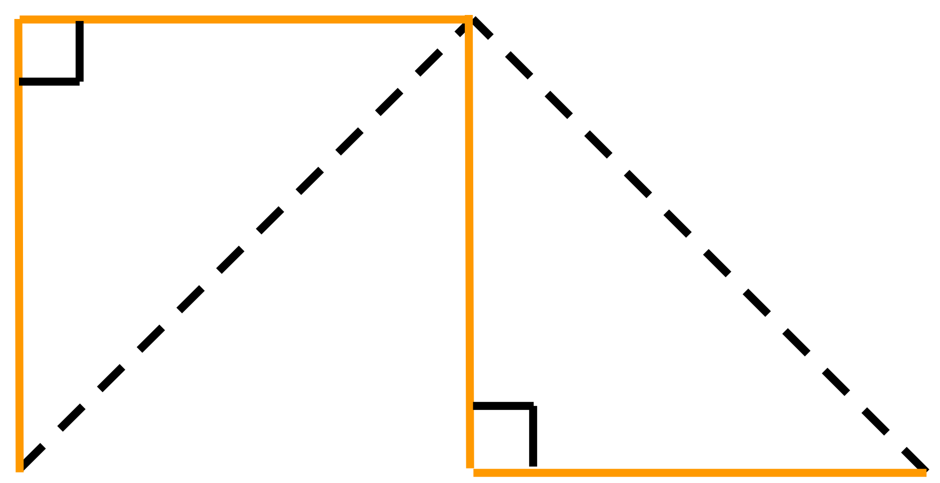

```
forward（2）；
```

ステップ1
（n=1）



```
left（45）；
forward（2/sqrt（2.0））；
right（90）；
forward（2/sqrt（2.0））；
left（45）；
```

ステップ2
（n=2）



```
left（45）；
  left（45）；
  forward（（2/sqrt（2.0））/sqrt（2.0））；
  right（90）；
  forward（（2/sqrt（2.0））/sqrt（2.0））；
  left（45）；
right（90）；
  left（-45）；
  forward（（2/sqrt（2.0））/sqrt（2.0））；
  right（-90）；
  forward（（2/sqrt（2.0））/sqrt（2.0））；
  left（-45）；
left（45）；
```

演習：フラクタルを描こう