

流体力学 III 試験問題

1982-10-5

by E. Yamazato

1. 次の流れを説明し、これらはすべて理論上存在しうる流であり、かつ (4) 以外はすべてうずなし流れであることを示せ。

$$(1) \psi = 15y, \quad (2) \psi = 17.3y - 10x, \quad (3) \psi = -20x, \quad (4) \psi = -5x^2$$

2. 図に示すような流線図より、この流れがどのような型の流れを組み合わせたものか説明せよ。また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ。

3. 図に示すように風が丘から円形（半径 b ）の物体の上を吹いている。速度ポテンシャルおよび流れの関数を求めよ。また丘の面に添うての流れで円形上での境界条件より a と b との関係を示せ。ただし a は写像円の半径とする。

(解)

1.

$$(1) \quad \frac{dw}{dz} = ae^{-\alpha} = a(\cos \alpha - i \sin \alpha) = u - v$$

$$u = a \cos \alpha, \quad v = a \sin \alpha, \quad V = a$$

$$(2) \quad z = re^{i\theta}, \quad w = \varphi + i\psi = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$\varphi = r^n \cos n\theta, \quad \psi = r^n \sin n\theta$$

$$\text{For } n = \frac{1}{2}, \quad \varphi = r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \psi = r^{1/2} \sin \frac{\theta}{2}$$

2.

Parallel flow + source + sink flow

$$w = iUz + m \ln \frac{z - a_2}{z - a_1}$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 3 + 4i, \quad U = 4m/s, \quad m = \frac{Q}{2\pi} = \frac{27 \times 4}{2\pi} = \frac{54}{\pi}$$

$$w = i4z + \frac{54}{\pi} \ln \left(1 - \frac{3 + 4i}{z}\right)$$

3.

$$w = \varphi + i\psi, \quad w = U \left(z_1 + \frac{a^2}{z_1}\right), \quad z_1 = z^n$$

$$w = U \left(z^n + \frac{a^2}{z^n}\right), \quad z^n = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$w = U \left\{ r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta) + \frac{a^2}{r^n} (\cos n\theta - i \sin n\theta) \right\}$$

$$\varphi = Ur^n (\cos n\theta + a^2 r^{-2n} \cos n\theta) = Ur^n \cos n\theta (1 + a^2 r^{-2n})$$

$$\psi = Ur^n (\sin n\theta - a^2 r^{-2n} \sin n\theta) = Ur^n \sin n\theta (1 - a^2 r^{-2n})$$

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = nUr^{n-1} \cos n\theta (1 - a^2 r^{-2n})$$

$$v_r)_{A(r=b, \theta=\beta=\pi/n)} = nUb^{n-1} (1 - a^2 b^{-2n}) = 0, \quad b = a^{1/n}$$