

流体力学 III 試験問題

1980-2-28

by E. Yamazato

1. 次の関数で示される流れの型を説明し、かつ流線の概略図を描け。(1) $\psi = 17.3y - 10x$ (2) $w = cz^{2/3}$

2. 図に示すような $4a$ の長さの平板に α なる傾きをもち、かつ循環をもつ流れがある。(1) 流れの複素ポテンシャルを求めよ。(2) 平行流れ (w -平面) から平板に至る写像関係を示し、かつ流れをスケッチせよ。(3) 平板の後端に岐点ができるようにしたときの循環値を求めよ。

3. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20\text{cm}^3/\text{s}$ の流体が流れている。ただし、 $\rho = 2\text{kg/s}^2/\text{cm}^4$ とする。

(1) もし、Potential flow とすればどのような型の流れか

(2) Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。

(3) A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

(解)

1.

$$(1) \quad \psi = 17.3y - 10x, \quad u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 17.3, \quad v = \frac{\partial\psi}{\partial x} = -10$$

$$\tan \alpha = \frac{v}{u}, \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{-10}{17.3} = -30^\circ$$

$$(2) \quad w = cz^{2/3}, \quad z = \left(\frac{w}{c}\right)^{3/2}, \quad re^{i\theta} = \left(\frac{r_1}{c}\right)^{3/2} e^{i3/2\theta}$$

$$r = \left(\frac{r_1}{c}\right)^{3/2}, \quad \theta = \frac{2}{3}\theta_1$$

z -平面の流れは $3/2\pi$ の角を回る流れ

2.

$$w = U\left(z_1 + \frac{a^2}{z_1}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z_1, \quad z_2 = z_1 e^{i\alpha}, \quad z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$

$$\frac{dw}{dz_1} \frac{dz_1}{dz_2} \frac{dz_2}{dz} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right)_A = U\left(1 - \frac{a^2}{z_1^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$

$$\text{At point A, } z = 2a, \quad z_2 = a + \frac{a^2}{a} = 2a, \quad z_1 = z_2 e^{-i\alpha} = 2a e^{-i\alpha}$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right)_A = U\left(1 - \frac{a^2}{4a^2 e^{-2i\alpha}}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{-i\alpha}} = 0$$

$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} e^{i\alpha} = 0$$

$$U(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$U(\cos \alpha - i \sin \alpha - \cos \alpha - i \sin \alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$\Gamma = -4\pi a U \sin \alpha \quad (\Gamma : \text{negative})$$

3.

$$(1) \quad \varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$
$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120 \text{ cm}^3/\text{s}, \quad m' = 19 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$(2) \quad v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55 \text{ cm/s}$$

$$(3) \quad v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr} \right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$
$$\left(\frac{dp}{dr} \right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4) \quad v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ cm/s}$$