流体力学III試験問題

1978-2-24

by E. Yamazato

1. 次の関数で示される流れの型を説明し、かつ流線の概略図を描け。
(1)$\psi = 17.3y - 10x$　(2)$w = cz^{2/3}$
2. 直径1.2mの長いシリンダーが空気中におかれ、その軸心に垂直に速度$20m/s$の平行流があり、さらにシリンダーのまわりに$-40m^2/s$の循環流がある。流れは理想流体として次の値を計算せよ。
(1)cylinderの最大速度
(2)Stagnation points
(3) 単位長さ当たりのcylinderに対する揚力
ただし、空気の比重量は$1.293kg/m^3$とする。
3. 幅2bの平行な二平板間を粘性流体が流れている。いま外力のポテンシャルが$\omega = gh$(hは垂直方向の長さ）で表されるものとして流れの速度を求めよ。また、この流れは速度ポテンシャルが存在することを示せ。(Hele-Shawの流れ）なお、この運動方程式を解くにあたって用いた仮定のすべてを列記せよ。

（解）

1.

(1) $$\psi = 17.3y - 10x, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 17.3, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 10$$

$$\tan\alpha = \frac{v}{u}, \quad \alpha = \tan^{-1}\frac{10}{17.3} = 30^o$$

(2) $$w = cz^{2/3}, \quad z = (\frac{w}{c})^{3/2}, \quad re^{i\theta} = (\frac{r_1}{c})^{3/2} e^{i3/2\theta}$$

$$r = (\frac{r_1}{c})^{3/2}, \quad \theta = \frac{3}{2}\theta_1$$

z-平面の流れは$3/2\pi$の角を回る流れ

2.

(1) $$U = 20m/s, \quad a = \frac{1.2^2}{2} = 0.6m, \quad \Gamma = -40m^2/s$$

$$\psi = U(r - \frac{a^2}{r})\sin\theta - \frac{\Gamma 2\pi}{l} nr$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -U(1 + \frac{a^2}{r^2})\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$$r = a, \quad \theta = \frac{\pi}{2}: \quad v_\theta = -2 \times 20 + \frac{-40}{2\pi \times 0.6} = -50.6\ m/s$$

(2) $$V = -2U\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi a} = 0, \quad \sin\theta = 0.265$$

$$\theta = -15.4^o, \quad and\ 195.4^o$$

(3) $$Y = -\rho U \Gamma = 105.6\ kgf/m$$

3.

流れは x 方向のみとして定常流れを考えると

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2 u}{dy^2} + X, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{dp}{dx} = const$$

$$y = \pm b : \quad u = o, \quad X = \frac{\partial}{\partial x}(gh)$$

$$\frac{d}{dx}(p + gh) = \mu \frac{d^2 u}{dy^2}$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{d}{dx}(p + gh) \times (b^2 - y^2)$$

$$u = \frac{\partial}{\partial x}[(p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})] = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\phi = (p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})$$