

流体力学 III 試験問題

1977-2-24

by E. Yamazato

1. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20\text{cm}^3/\text{s}$ の流体が流れている。ただし、 $\rho = 2\text{kgs}^2/\text{cm}^4$ とする。

(1) もし、Potential flow とすればどのような型の流れか

(2) Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。

(3) A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

2. 吹き出し流量が Q で、吹き出し点が原点にあり、さらに X 軸に平行な速度の流れがこれに加わった場合、この組み合わせられた流れの岐点とそこを通る流線は $\psi = \frac{1}{2}Q$ で示されることを示せ。また、この流れからできる楕円物体（境界壁）の最大幅を求めよ。

3. 図に示すような $4a$ の長さの平板に α なる傾きをもち、かつ循環をもつ流れがある。(1) 流れの複素ポテンシャルを求めよ。(2) 平行流れ (w-平面) から平板に至る写像関係を示し、かつ流れをスケッチせよ。(3) 平板の後端に岐点ができるようにしたときの循環値を求めよ。

(解)

1.

$$(1) \quad \varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120\text{cm}^3/\text{s}, \quad m' = 19\text{cm}^3/\text{s}$$

$$(2) \quad v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55\text{cm/s}$$

$$(3) \quad v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr} \right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr} \right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4) \quad v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5\text{cm/s}$$

2.

$$\varphi = Ur \cos \theta + m \ln r, \quad \psi = Ur \sin \theta + m\theta$$

$$\text{At stagnation points, } U - \frac{m}{r} = 0, \quad r_s = \frac{m}{U}$$

$$\psi = U \frac{m}{U} \sin \pi + m\pi = \frac{Q}{2}, \quad \psi = Ur \sin \theta + m\theta = \frac{Q}{2}$$

3.

$$w = U \left(z_1 + \frac{a^2}{z_1} \right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z_1, \quad z_2 = z_1 e^{i\alpha}, \quad z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$

$$\frac{dw}{dz_1} \frac{dz_1}{dz_2} \frac{dz_2}{dz} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1} \right)_A = U \left(1 - \frac{a^2}{z_1^2} \right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$

$$\text{At point A, } z = 2a, \quad z_2 = a + \frac{a^2}{a} = a, \quad z_1 = z_2 e^{-i\alpha} = a e^{-i\alpha}$$

$$\frac{dw}{dz_1})_A = U\left(1 - \frac{a^2}{a^2 e^{-2i\alpha}}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{-i\alpha}} = 0$$

$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} e^{i\alpha} = 0$$

$$U(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$U(\cos \alpha - i \sin \alpha - \cos \alpha - i \sin \alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$\Gamma = -4\pi a U \sin \alpha \quad (\Gamma : \text{negative})$$