流体力学III試験問題

1976-2-27

by E. Yamazato

1. 複素ポテンシャルが $w = -ilnz + 2z$ で与えられる流れについて：
(1) これはどういう型の流れを組み合わせたものか
(2)Potential function, Stream function を求めよ
(3)Stagnation point(or points) を求めよ
(4)$r = 1,\ \ \theta = \frac{3}{2}\pi$ にこける速度を求めよ。
2. 半径 a の円柱のまわりを平行流れが速度で左か右へ流れている．(1) x 軸 y 軸および円柱表面上の速度分布を U で無次元化して示せ．(2) x 軸上で $x = -a,\ x = -2a$ 点の圧力係数を求めよ．
3.$w = \frac{1}{2}z^2$ の変換を行い、$\psi = 1, 2$ の流線を画け。また、x=1 の点の速度を v_1 として x 軸上の速度分布の式を求めよ。

（解）

1.

$$
\begin{aligned}
&(1) \qquad Circulation + parallel\ flow \\
&(2) \qquad w = -i\ln(re^{i\theta}) + 2re^{i\theta} = -i\ln r + \theta + 2r(\cos\theta + i\sin\theta) \\
&\qquad\quad = (\theta + 2r\cos\theta) + i(2r\sin\theta - \ln r) \\
&\qquad\quad \varphi = \theta + 2r\cos\theta, \quad \psi = 2r\sin\theta - \ln r \\
&(3) \qquad \frac{dw}{dz} = -\frac{i}{z} + 2 = 2 - i\frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta) = 0 \\
&\qquad\quad z = \frac{i}{2} = x + iy \quad x = 0 \quad y = \frac{1}{2} \\
&(4) \qquad \text{At } r = 1, \quad \theta = \frac{3\pi}{2}; \quad \frac{dw}{dz} = 2 - i\{0 - i(-1)\} = 3, \quad V = 3
\end{aligned}
$$

2.

$$
\begin{aligned}
&(1) \qquad \frac{dw}{dz} = U(1 - \frac{a}{z^2}) = U(1 - \frac{a}{r^2e^2i\theta}) \\
&\qquad\quad On\ the\ x-axis,\ \theta = 0,\ \pi,\ e^{-2i\pi} = 1 \\
&\qquad\quad U(1 - \frac{a^2}{x^2}) = u - iv, \quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1 - \frac{a^2}{x^2}) \\
&\qquad\quad r = y, \quad \theta = \pm\frac{\pi}{2}, \quad e^{-2i\theta} = -1 \\
&\qquad\quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1 + \frac{a^2}{y^2}, \quad \frac{v_\theta}{U} = 2\sin\theta \\
&(2) \qquad C_p = \frac{p - p_\infty}{(1/2)\rho U^2} = 1 - (\frac{V}{U})^2 \\
&\qquad\quad On\ the\ x-axis:\ V = u = U(1 - \frac{a^2}{x^2}) \\
&\qquad\quad C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{x^2})^2\} \\
&\qquad\quad x = -a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{a^2})^2\} = 1 \\
&\qquad\quad x = -2a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{4a^2})^2\} = \frac{7}{16}
\end{aligned}
$$

3.

$$w = \frac{1}{2}(x+iy)^2 = \frac{1}{2}(x^2 - y^2 + 2ixy)$$
$$\varphi = \frac{1}{2}(x^2 - y^2), \quad \psi = xy$$