流体力学III試験問題

1972-10-13

by E. Yamazato

1. 複素ポテンシャルが $w=-ilnz+2z$ で与えられる流れについて：
(1) これはどういう型の流れを組み合わせたものか
(2)Potential function, Stream function を求めよ
(3)Stagnation point(or points) を求めよ
(4)$r=1,\quad \theta=\frac{3}{2}\pi$ にこける速度を求めよ。
2. 半径 a の円柱のまわりを平行流れが速度で左か右へ流れている．(1) x 軸 y 軸および円柱表面上の速度分布を U で無次元化して示せ．(2) x 軸上で $x=-a,\ x=-2a$ 点の圧力係数を求めよ．
3. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20cm^3/s$ の流体が流れている。ただし、$\rho=2kgs^2/cm^4$ とする。
(1) もし、Potential flow とすればどういう型の流れか
(2)Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。
(3)A 点における圧力勾配を求めよ
(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

(解)

1.

(1) $Circulation+parallel\ flow$

(2)
$$w=-i\ln(re^{i\theta})+2re^{i\theta}=-i\ln r+\theta+2r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$=(\theta+2r\cos\theta)+i(2r\sin\theta-\ln r)$$
$$\varphi=\theta+2r\cos\theta,\quad \psi=2r\sin\theta-\ln r$$

(3)
$$\frac{dw}{dz}=-\frac{i}{z}+2=2-i\frac{1}{r}(\cos\theta-i\sin\theta)=0$$
$$z=\frac{i}{2}=x+iy\quad x=0\quad y=\frac{1}{2}$$

(4)
$$\text{At } r=1,\quad \theta=\frac{3\pi}{2};\quad \frac{dw}{dz}=2-i\{0-i(-1)\}=3,\quad V=3$$

2.

(1)
$$\frac{dw}{dz}=U(1-\frac{a}{z^2})=U(1-\frac{a}{r^2e^2i\theta})$$
$$On\ the\ x-axis,\ \theta=0,\ \pi,\ e^{-2i\pi}=1$$
$$U(1-\frac{a^2}{x^2})=u-iv,\quad v=0,\quad \frac{u}{U}=(1-\frac{a^2}{x^2})$$
$$r=y,\quad \theta=\pm\frac{\pi}{2},\quad e^{-2i\theta}=-1$$
$$v=0,\quad \frac{u}{U}=(1+\frac{a^2}{y^2},\quad \frac{v_\theta}{U}=2\sin\theta$$

(2)
$$C_p=\frac{p-p_\infty}{(1/2)\rho U^2}=1-(\frac{V}{U})^2$$

$$On\ the\ x-axis:\ V = u = U(1 - \frac{a^2}{x^2})$$

$$C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{x^2})^2\}$$

$$x = -a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{a^2})^2\} = 1$$

$$x = -2a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{4a^2})^2\} = \frac{7}{16}$$

3.

(1) $$\varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120cm^3/s, \quad m' = 19cm^3/s$$

$$(2)\ v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55cm/s$$

(3) $$v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr}\right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4)\ v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5cm/s$$