流体力学III試験問題

1970-9-29

by E. Yamazato

1. 幅 2b の平行な二平板間を粘性流体が流れている。いま外力のポテンシャルが $\omega = gh$(h は垂直方向の長さ）で表されるものとして流れの速度を求めよ。また、この流れは速度ポテンシャルが存在することを示せ。(Hele-Shaw の流れ）なお、この運動方程式を解くにあたって用いた仮定のすべてを列記せよ。

2. 流速の一様流れに平行のにおかれた平板において，層流境界層内の速度分布ががが次式で表されるとき，排除厚さ，運動量厚さ，形状係数，壁面せん断応力および平板の摩擦抗力を求めよ．

$$\frac{u}{V} = sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}$$

3. 乱流内での x 方向に向けられた総圧管による総圧の測定値は次の値を示していることを証明せよ。

$$\bar{p}_{stg} = \bar{p}_o + \frac{\rho\bar{u}^2}{2}(1 + \frac{\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2}{\bar{u}^2})$$

4. 地表面近くの風速を測定した結果、次のデータを得た。

地表寄りの距離 (m)：	1.8	3.6
風速 (m/s):	r.1	2.4

(1)The Karman constant κ を 0.41 として $\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa}lny + c$ 式における定数 c を求めよ。

(2) 層流低層の厚さ δ' を求めよ。

(3) 地表より 7.6m の所における風速を求めよ。

(解）

1.

流れは x 方向のみとして定常流れを考えると

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = \mu\frac{d^2u}{dy^2} + X, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{dp}{dx} = const$$

$$y = \pm b: \quad u = o, \quad X = \frac{\partial}{\partial x}(gh)$$

$$\frac{d}{dx}(p + gh) = \mu\frac{d^2u}{dy^2}$$

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{d}{dx}(p + gh) \times (b^2 - y^2)$$

$$u = \frac{\partial}{\partial x}[(p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})] = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\phi = (p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})$$

2.

$$\frac{u}{V} = sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = \delta d\eta$$

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta})dy = \delta\int_0^1 (1 - sin\frac{\pi}{2}\eta)d\eta$$

$$= \delta(\eta + \frac{2}{\pi}cos\eta)\Big|_0^1 = \delta(1 + 0 - 0 - \frac{2}{\pi}) = 0.363\delta$$

$$\theta = \delta\int_0^1 sin\frac{\pi}{2}\eta(1 - sin\frac{\pi}{2}\eta)d\eta$$

$$= \delta - \frac{2}{\pi}cos\eta - \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - sin\frac{\pi}{2}cos\frac{\pi}{2})\Big|_0^1 = \delta(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}) = 0.137\delta$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = 2.65$$

$$\tau_o = \mu(\frac{dv}{dy})_{y=0} = \frac{\mu V\pi}{2\delta}$$

$$\tau_o = \rho V^2\frac{d\theta}{dx} = 0.137\rho V^2\frac{d\delta}{dx} = \frac{\mu V\pi}{2\delta}$$

$$2\delta d\delta = \frac{\pi}{0.137}\frac{\nu}{V}dx$$

$$\delta^2 = 22.93\frac{\nu}{V}x + c, \quad \delta = 4.79\sqrt{\frac{\nu x}{V}}$$

$$D = \int_0^l \tau_o dx = \rho V^2\theta = 0.137\rho V^2(4.79\sqrt{\frac{\nu l}{V}}) = 0.656\rho V^2\sqrt{\frac{\nu l}{V}}$$

$$C_f = \frac{D}{(1/2)\rho V^2 l} = \frac{1.312}{\sqrt{R_{el}}}$$

4.

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa}lny + c$$

$$\frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_2}{u^*} = \frac{1}{\kappa}ln\frac{y_1}{y_2}$$

$$u^* = \frac{\kappa(u_1 - u_2)}{ln\frac{y_1}{y_2}} = 0.162 \quad m/s$$

$$c = \frac{\bar{u}_1}{u^*} - \frac{1}{\kappa}lny_1 = 11.53$$

$$\delta' = \frac{4\nu}{u^*} = 0.374 \quad mm$$

$$\bar{u} = 2.6m/s$$

$$\frac{u^*\delta'}{\nu} = 4.00 \leq 4$$

ie. Laminar sublayer の範囲内