流体力学III試験問題

1969-2-27

by E. Yamazato

1. 複素ポテンシャルが $w = -ilnz + 2z$ で与えられる流れについて：
(1) これはどういう型の流れを組み合わせたものか
(2)Potential function, Stream function を求めよ
(3)Stagnation point(or points) を求めよ
(4)$r = 1,\ \ \theta = \frac{3}{2}\pi$ にこける速度を求めよ。
2. 吹き出しの強さ $m = Q/2\pi = 60cm^2/s$ の吹き出し点が $x = 2cm,\ y = 0$ 点にあり，それと同じ強度の吹き出し点が $x = -2cm,\ y = 0$ の点にあるとき，次の値を求めよ．(1) 岐点，(2) 流線と等ポテンシャル線を描け．(3) $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の合速度の大きさと方向を求めよ．(4) 無限遠点の圧力を $12kgfcm^2$ とすれば $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の圧力はいくらか．ただし流体の密度を $0.01kgs^2/cm^4$ とする．
3. 幅 2b の平行な二平板間を粘性流体が流れている。いま外力のポテンシャルが $\omega = gh$(h は垂直方向の長さ）で表されるものとして流れの速度を求めよ。また、この流れは速度ポテンシャルが存在することを示せ。(Hele-Shaw の流れ）なお、この運動方程式を解くにあたって用いた仮定のすべてを列記せよ。

（解）

1.

(1) $Circulation + parallel\ flow$

(2)
$$w = -i\ln(re^{i\theta}) + 2re^{i\theta} = -i\ln r + \theta + 2r(\cos\theta + i\sin\theta)$$
$$= (\theta + 2r\cos\theta) + i(2r\sin\theta - \ln r)$$
$$\varphi = \theta + 2r\cos\theta, \quad \psi = 2r\sin\theta - \ln r$$

(3)
$$\frac{dw}{dz} = -\frac{i}{z} + 2 = 2 - i\frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta) = 0$$
$$z = \frac{i}{2} = x + iy \quad x = 0 \quad y = \frac{1}{2}$$

(4)
$$\text{At } r = 1, \quad \theta = \frac{3\pi}{2}; \quad \frac{dw}{dz} = 2 - i\{0 - i(-1)\} = 3, \quad V = 3$$

2.

(1)
$$\frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} = 0, \quad \frac{m}{x-2} + \frac{m}{x+2} = 0, \quad x = 0$$

(3)
$$v_{r1} = \frac{m}{\{(x-2)^2 + y^2\}^{1/2}}, \quad v_{r2} = \frac{m}{\{(x+2)^2 + y^2\}^{1/2}}$$
At point(2, 3),
$$v_{r1} = \frac{60}{3} = 20cm/s, \quad v_{r2} = \frac{60}{5} = 12cm/s$$
$$V^2 = v_{r1}^2 + v_{r2}^2 - 2v_{r1}v_{r2}\cos\theta$$
$$\cos\theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{3}{5}$$
$$V^2 = 20^2 + 12^2 + 2 \times 20 \times 12 \times \frac{3}{5}, \quad V = 28.8cm/s$$
$$p_\infty = 12kgf/cm^2,\ \rho = 0.01kgs^2/cm^4, \quad p_\infty = p + \frac{\rho}{2}V^2$$

$$\text{At point}(2,\ 3),\quad p = 12 - \frac{0.01}{2} \times 28.8^2 = 7.84\ kgf/cm^2$$

3.

流れは x 方向のみとして定常流れを考えると

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,\quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2u}{dy^2} + X,\quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0,\quad \frac{dp}{dx} = const$$

$$y = \pm b:\quad u = o,\quad X = \frac{\partial}{\partial x}(gh)$$

$$\frac{d}{dx}(p + gh) = \mu \frac{d^2u}{dy^2}$$

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{d}{dx}(p + gh) \times (b^2 - y^2)$$

$$u = \frac{\partial}{\partial x}[(p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})] = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\phi = (p + gh)(\frac{b^2 - y^2}{2\mu})$$