流体力学II試験問題

1964-12-22

by E. Yamazato

1. 吹き出しの強さ $m = Q/2\pi = 60cm^2/s$ の吹き出し点が $x = 2cm,\ y = 0$ 点にあり，それと同じ強度の吹き出し点が $x = -2cm,\ y = 0$ の点にあるとき，次の値を求めよ．(1) 岐点，(2) 流線と等ポテンシャル線を描け．(3) $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の合速度の大きさと方向を求めよ．(4) 無限遠点の圧力を $12kgfcm^2$ とすれば $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の圧力はいくらか．ただし流体の密度を $0.01kgs^2/cm^4$ とする．

2. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20cm^3/s$ の流体が流れている。ただし、$\rho = 2kgs^2/cm^4$ とする。

(1) もし、Potential flow とすればどういう型の流れか

(2)Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。

(3)A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

3. 半径 a の円柱のまわりを平行流れが速度で左か右へ流れている．(1) x 軸 y 軸および円柱表面上の速度分布を U で無次元化して示せ．(2) x 軸上で $x = -a,\ x = -2a$ 点の圧力係数を求めよ．

4. 吹き出し流量が Q で、吹き出し点が原点にあり、さらに x 軸に平行な速度 U の流れがこれに加わった場合、この組み合わされた流れの岐点の流線は $\psi = \frac{1}{2}Q$ で示されることを証明せよ。またこの流れからできる楕円放物線（流れの境界壁）の最大幅を求めよ。

(解）

1.

(1) $$\frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} = 0, \quad \frac{m}{x-2} + \frac{m}{x+2} = 0, \quad x = 0$$

(3) $$v_{r1} = \frac{m}{\{(x-2)^2 + y^2\}^{1/2}}, \quad v_{r2} = \frac{m}{\{(x+2)^2 + y^2\}^{1/2}}$$

At point(2, 3),

$$v_{r1} = \frac{60}{3} = 20cm/s, \quad v_{r2} = \frac{60}{5} = 12cm/s$$

$$V^2 = v_{r1}^2 + v_{r2}^2 - 2v_{r1}v_{r2}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{3}{5}$$

$$V^2 = 20^2 + 12^2 + 2 \times 20 \times 12 \times \frac{3}{5}, \quad V = 28.8cm/s$$

(4) $$p_\infty = 12kgf/cm^2,\ \rho = 0.01kgs^2/cm^4, \quad p_\infty = p + \frac{\rho}{2}V^2$$

At point(2, 3), $$p = 12 - \frac{0.01}{2} \times 28.8^2 = 7.84\ kgf/cm^2$$

2.

(1) $$\varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120cm^3/s, \quad m' = 19cm^3/s$$

(2) $$v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55cm/s$$

(3) $$v_r\frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r\left(\frac{dv_r}{dr}\right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$
$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_A = \frac{(1.204\times 10^{-6}\times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01\times 10^{-6}$$
(4) $$v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5cm/s$$

3.

(1) $$\frac{dw}{dz} = U(1-\frac{a}{z^2}) = U(1-\frac{a}{r^2e^2i\theta})$$
$$On\ the\ x-axis,\ \theta = 0,\ \pi,\ e^{-2i\pi} = 1$$
$$U(1-\frac{a^2}{x^2}) = u - iv, \quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1-\frac{a^2}{x^2})$$
$$r = y, \quad \theta = \pm\frac{\pi}{2}, \quad e^{-2i\theta} = -1$$
$$v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1+\frac{a^2}{y^2}, \quad \frac{v_\theta}{U} = 2\sin\theta$$
(2) $$C_p = \frac{p-p_\infty}{(1/2)\rho U^2} = 1-(\frac{V}{U})^2$$
$$On\ the\ x-axis:\ V = u = U(1-\frac{a^2}{x^2})$$
$$C_p = \{1-(1-\frac{a^2}{x^2})^2\}$$
$$x = -a:\ C_p = \{1-(1-\frac{a^2}{a^2})^2\} = 1$$
$$x = -2a:\ C_p = \{1-(1-\frac{a^2}{4a^2})^2\} = \frac{7}{16}$$

4.

$$\psi = Ur\sin\theta + m\theta$$
$$at(r_s,\pi) \quad stagnation\ point$$
$$V = U - \frac{Q}{2\pi r_s} = U - \frac{m}{r_s} = 0$$
$$\psi = U\frac{m}{U}\sin\pi + m\pi = \frac{Q}{2}$$
$$\psi = Ur\sin\theta + \frac{Q}{2\pi}\theta = \frac{Q}{2}$$
$$r = \frac{Q(\pi-\theta)}{2\pi U\sin\theta} = \frac{m(\pi-\theta)}{U\sin\theta}$$
$$H = 2r\sin\theta = \frac{Q(\pi-\theta)}{\pi U}$$
$$\theta' \to 0, \quad H \to H_{max}$$
$$H_{max} = \frac{Q}{U}$$