

流体力学II試験問題

1964-12-22

by E. Yamazato

1. 吹き出しの強さ $m = Q/2\pi = 60\text{cm}^2/\text{s}$ の吹き出し点が $x = 2\text{cm}$, $y = 0$ 点にあり, それと同じ強度の吹き出し点が $x = -2\text{cm}$, $y = 0$ の点にあるとき, 次の値を求めよ. (1) 岐点, (2) 流線と等ポテンシャル線を描け. (3) $x = 2\text{cm}$, $y = 3\text{cm}$ 点の合速度の大きさと方向を求めよ. (4) 無限遠点の圧力を 12kgf/cm^2 とすれば $x = 2\text{cm}$, $y = 3\text{cm}$ 点の圧力はいくらか. ただし流体の密度を $0.01\text{kgs}^2/\text{cm}^4$ とする.

2. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20\text{cm}^3/\text{s}$ の流体が流れている. ただし, $\rho = 2\text{kgs}^2/\text{cm}^4$ とする.

(1) もし, Potential flow とすればどのような型の流れか

(2) Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ.

(3) A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ.

3. 半径 a の円柱のまわりを平行流れが速度で左か右へ流れている. (1) x 軸 y 軸および円柱表面上の速度分布を U で無次元化して示せ. (2) x 軸上で $x = -a$, $x = -2a$ 点の圧力係数を求めよ.

4. 直径 1.2m の長いシリンダーが空気中におかれ, その軸心に垂直に速度 20m/s の平行流があり, さらにシリンダーのまわりに $-40\text{m}^2/\text{s}$ の循環流がある. 流れは理想流体として次の値を計算せよ.

(1) cylinder の最大速度

(2) Stagnation points

(3) 単位長さ当たりの cylinder に対する揚力

ただし, 空気の比重量は $1.293\text{kg}/\text{m}^3$ とする.

(解)

1.

$$(1) \frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} = 0, \quad \frac{m}{x-2} + \frac{m}{x+2} = 0, \quad x = 0$$

$$(3) v_{r1} = \frac{m}{\{(x-2)^2 + y^2\}^{1/2}}, \quad v_{r2} = \frac{m}{\{(x+2)^2 + y^2\}^{1/2}}$$

At point(2, 3),

$$v_{r1} = \frac{60}{3} = 20\text{cm/s}, \quad v_{r2} = \frac{60}{5} = 12\text{cm/s}$$

$$V^2 = v_{r1}^2 + v_{r2}^2 - 2v_{r1}v_{r2} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$V^2 = 20^2 + 12^2 + 2 \times 20 \times 12 \times \frac{3}{5}, \quad V = 28.8\text{cm/s}$$

$$p_\infty = 12\text{kgf/cm}^2, \quad \rho = 0.01\text{kgs}^2/\text{cm}^4, \quad p_\infty = p + \frac{\rho}{2}V^2$$

$$\text{At point(2, 3), } p = 12 - \frac{0.01}{2} \times 28.8^2 = 7.84 \text{ kgf/cm}^2$$

2.

$$(1) \varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120 \text{ cm}^3/\text{s}, \quad m' = 19 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$(2) v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55 \text{ cm/s}$$

$$(3) v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr} \right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr} \right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4) v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ cm/s}$$

3.

$$(1) \frac{dw}{dz} = U \left(1 - \frac{a}{z^2} \right) = U \left(1 - \frac{a}{r^2 e^{2i\theta}} \right)$$

On the x -axis, $\theta = 0, \pi, e^{-2i\pi} = 1$

$$U \left(1 - \frac{a^2}{x^2} \right) = u - iv, \quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = \left(1 - \frac{a^2}{x^2} \right)$$

$$r = y, \quad \theta = \pm \frac{\pi}{2}, \quad e^{-2i\theta} = -1$$

$$v = 0, \quad \frac{u}{U} = \left(1 + \frac{a^2}{y^2} \right), \quad \frac{v_\theta}{U} = 2 \sin \theta$$

$$(2) C_p = \frac{p - p_\infty}{(1/2)\rho U^2} = 1 - \left(\frac{V}{U} \right)^2$$

On the x -axis: $V = u = U \left(1 - \frac{a^2}{x^2} \right)$

$$C_p = \left\{ 1 - \left(1 - \frac{a^2}{x^2} \right)^2 \right\}$$

$$x = -a: C_p = \left\{ 1 - \left(1 - \frac{a^2}{a^2} \right)^2 \right\} = 1$$

$$x = -2a: C_p = \left\{ 1 - \left(1 - \frac{a^2}{4a^2} \right)^2 \right\} = \frac{7}{16}$$

4.

$$U = 20 \text{ m/s}, \quad a = \frac{1.2^2}{2} = 0.6 \text{ m}, \quad \Gamma = -40 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\psi = U \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta - \frac{\Gamma 2\pi}{l} nr$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -U \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$$r = a \max: v_\theta = -2 \times 20 + \frac{-40}{2\pi \times 0.6} = -50.6 \text{ m/s}$$

$$V = -2U \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi a} = 0, \quad \sin \theta = 0.265$$

$$\theta = -15.4^\circ, \text{ and } 195.4^\circ$$

$$Y = -\rho U \Gamma = 105.6 \text{ kgf/m}$$