流体力学 II 試験問題 (1)

2002-12-19, 12:50〜15:00

by E. Yamazato

1. (20) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ.

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

ただし,u_o は円管内の最大速度,u は任意の点の速度,R は円管の半径,u^* はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 (\frac{du}{dy})^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (25) 内径 300mm の鋳鉄管内を水が流れている。管の粗さが 0.26mm で、長さが 240m についての圧力降下を 7.8mAq（水柱高さ）としたときの流量を求めよ. ただし水の動粘性係数は 1.004mm^2/s とする.（Moody diagram 使用可）
3. (25) 直径 25 cm, 長さ 85 m の円管で 3.5 mAq の圧力損失がある場合について次の値を計算せよ：(1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 3 cm の位置におけるせん断応力, (3) 摩擦速度,(4) 摩擦係数を 0.03 としたときの円管内の平均速度. ただし水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする.
4. (15) 直径 24cm の円管の水の流量を測定するために、ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 15.0m/s, 13.5m/s を得た。円管内の流量および摩擦係数 λ を求めよ。ただし平均速度は $V = u_o - 3.75u^*, \tau_w = 1/8\lambda\rho V^2$ とする。また、水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする.
5. (20) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるときの境界条件を与えて係数 a,b,c を求めよ. また、δ^*, θ, H(形状係数) の値を求めよ。

$$u = a + by + cy^2$$

ただし,u_m は円管内の最大速度,u は任意の点の速度,R は円管の半径,u^* はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 (\frac{du}{dy})^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

（解）

1.

$$\tau = \tau_w = \rho \kappa^2 (y\frac{du}{dy})^2$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa(y\frac{du}{dy}), \quad i.e. \;\; du = \frac{u^*}{\kappa}\frac{dy}{y}$$

$$Integrating \quad u = \frac{u^*}{\kappa} lny + c$$

$$y = R: \quad u_o = \frac{u^*}{\kappa} lnR + c$$

$$\frac{u_o - u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{R}{y}$$

$$For \;\; \kappa = 0.4, \quad \frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \log \frac{R}{y}$$

2.

$$\frac{k}{d} = \frac{0.2}{300} = 0.00086$$

Assume Perfect turbulent flow

$$\lambda_1 = 0.0195(\text{from moody diagram})$$

$$7.8 = 0.0195 \times \frac{240}{0.3}\frac{v_1^2}{2g}, \quad v_1 = 3.14m/s$$

$$Re_1 = \frac{3.14 \times 0.3}{1.004 \times 10^{-6}} = 9.39 \times 10^5, \quad \lambda_2 = 0.0195 = \lambda_1$$

$$Q = \frac{\pi}{4}d^2 v_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.3^2 \times 3.14 = 0.22m^3/s = 220l/s$$

3.

$$(1)\ \tau_w \pi d dx = dpA$$

$$\tau_w \pi d = \frac{dp}{dx}\frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4}\frac{dp}{dx}$$

$$\tau_w = \frac{0.25}{4} \times \frac{3.5 \times 10^3 g}{85} = 25.1Pa(2.57 \times 10^{-4}kgf/cm^2)$$

$$(2)\ \frac{\tau_w}{\tau} = \frac{r_o}{r}, \quad \tau = 25.1 \times \frac{3}{12.5} = 6.04Pa$$

$$(3)\ v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{25.1}{10^3}} = 0.158m/s$$

$$(4)\ h = \lambda\frac{L}{d}\frac{v^2}{2g}, \quad v = \sqrt{2g \times 3.5 \times 0.25/(0.03 \times 85)} = 2.6m/s$$

4.

$$y = 5cm : u = 13.5m/s$$

$$y = 12cm : u = 15.0m/s$$

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5\ln\frac{R}{y}$$

$$\frac{15.0 - 13.5}{u^*} = 2.5\ln\frac{12}{5}$$

$$\frac{1.5}{u^*} = 2.18, \quad u^* = 0.68m/s$$

$$V = u_o - 3.75u^* = 15.0 - 3.75 \times 0.68 = 12.45m/s$$

$$Q = \frac{\pi 0.12^2}{4} \times 12.45 = 0.14m^3/s$$

$$\lambda = 8(\frac{u^*}{V})^2 = 8(\frac{0.68}{12.45})^2 = 0.024$$

5.

$$y = 0 : u = 0, ie, a = 0$$

$$y = \delta : u = U = b\delta + c\delta^2, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 = b + 2c\delta$$

$$b = \frac{2U}{\delta}, \quad c = -\frac{1}{\delta^2}$$

$$\frac{u}{U} = 2\frac{y}{\delta} - (\frac{y}{\delta})^2$$

$$(1)\ \delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{u}{U}) dy = \int_0^\delta (1 - \frac{2y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta^2}) dy = \frac{\delta}{3}, \quad \frac{\delta^*}{\delta} = \frac{1}{3}$$

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U}(1 - \frac{u}{U}) dy = \delta \int_0^1 (2\eta - \eta^2) - (2\eta - \eta^2)^2 d\eta$$

$$= \delta \int_0^1 (2\eta - 5\eta^2 + 4\eta^3 - \eta^4) = \delta(1 - \frac{5}{3} + 1 - \frac{1}{5}) = \frac{2}{15}\delta, \quad \frac{\theta}{\delta} = \frac{2}{15}$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = 2.5$$