

流体力学 I 試験問題 (2)

by E. Yamazato

1996-9-20, 10:20~11:50

1. (20) 図 1 に示す円管内の速度分布が次式で示される場合の断面 (2) と (1) における運動量の比を求めよ。また、円管壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ。ただし、 r は管中心からの距離、 R は管の半径、 u_1 は入口の一様速度、 U は管中心における流速とする。

$$u = U \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}$$

2. (20) 飛行機が大気中を 200km/h で飛ぶ。この 1/3 のモデルを風洞の中におくとき、レイノルズ数によって力学的相似が満足されるものとする。(1) 風洞内の空気の温度、圧力が実物の場合と同じとすれば、風洞の風速をいくらにすればよいか。(2) 風洞内の空気の温度は同じで、圧力を 5 倍に高めるとき、風速をいくらにすればよいか。ただし、粘性係数は温度のみの関数とする。

3. (20) 円管内の層流の速度分布が次式のように示されるとき、

$$v = \frac{R^2}{4\mu} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

(1) 流量および平均速度を求めよ。(2) 管長 1 間の圧力損失が次式で表されることを示せ。

$$h_l = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{32\mu l v_a}{\rho g d^2}$$

ただし、 v_a は平均速度、 Δp は管長 1 間の圧力降下とする。

4. (25) 図 2 に示すような管路を $7.5 \text{ m}^3/\text{min}$ の水がポンプによって送られている。ポンプの動力を求めよ。ただし、マンメータ液は水銀（比重 13.6）が使用されている。

5. (20) 図 3 に示すように直径 1cm の水の噴流が速度 10m/s で円錐に衝突し、角度 30° の方向に流れ去るときに円錐の受ける力を求めよ。ただし、摩擦はないものとする。

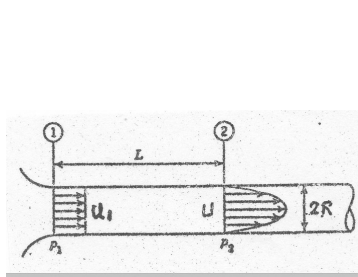


図 1

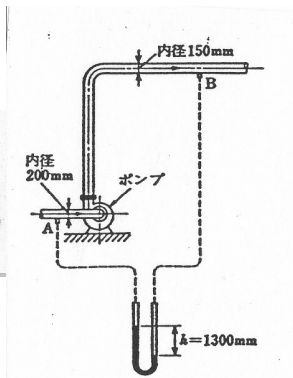


図 2

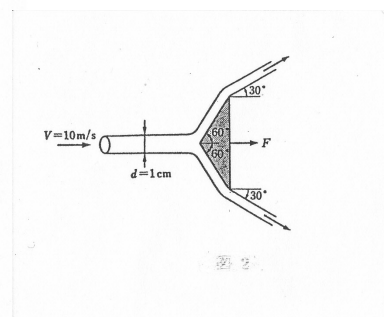


図 3

(解)

1.

$$\begin{aligned}M_1 &= \rho\pi R^2 u_1^2 \\ \pi R^2 u_1 &= \int_0^R u 2\pi r dr \\ &= \int_0^R U \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} 2\pi r dr = U \frac{\pi R^2}{2}, \quad U = 2u_1 \\ M_2 &= \int_0^R \rho \left\{ 2u_1 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right\}^2 2\pi r dr \\ &= 8\rho\pi R^2 u_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) = \frac{4}{3} \rho\pi R^2 u_1^2 \\ \frac{M_2}{M_1} &= \frac{4}{3} \\ (p_1 A - p_2 A) &= M_2 - M_1 + D_f \\ D_f &= (p_1 - p_2)\pi R^2 - \frac{1}{3}\rho\pi R^2 u_1^2\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}(1) R_e &= \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m}, \quad \frac{\rho \times 200 \times L_m}{\mu} = \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m} \\ V_m &= 3 \times 200 = 600 \text{ km/h} = 167 \text{ m/s} \\ (2) \frac{p \times 200 \times L_m}{\mu} &= \frac{5p V_m L_m}{\mu_m}, \quad \frac{p}{\rho} = \frac{p_m}{\rho_m} \\ V_m &= \frac{3 \times 200}{5} (\text{km/h}) = 33.4 \text{ m/s}\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}(1) Q &= \int_0^R v 2\pi r dr = \frac{\pi R^4}{8\mu} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \\ v_a &= \frac{R^2}{8\mu} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \\ (2) -\frac{dp}{dx} &= \frac{\Delta p}{l} \\ h_l &= \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{8\mu l \pi R^2 v_a}{\rho g \pi R^4} = \frac{32\mu l v_a}{\rho g d^2}\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}H_p &= \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1 \right) \\ \frac{\Delta p}{\rho g} &= \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1 \right) = h \left(\frac{\rho g}{\rho g} - 1 \right) = 1.3(13.6 - 1) = 16.38 \\ v_1 &= \frac{7.5/60}{\pi 0.2^2/4} = 3.8 \text{ m/s}, \quad v_2 = \frac{7.5/60}{\pi 0.15^2/4} = 7.0 \text{ m/s} \\ H_p &= 1.69 + 16.38 = 18.07 \\ L &= \rho g Q H_p = 10^3 g \times 0.125 \times 18.07 = 22.1 \text{ kw}\end{aligned}$$

5.

$$\rho Q v = \rho Q v \cos 30^\circ + F$$

$$F = \rho Qv(1 - \cos 30^\circ)$$

$$F = 10^3 \times \frac{\pi}{3} (0.01)^2 \times 10^2 (1 - \cos 30^\circ) = 1.05N$$