

流体力学 I 試験問題 (1)

1974-2-26

by E. Yamazato

1. 図1に示すように入口に丸めを付けた末広口金から水頭 $H=3\text{m}$ の下で水が流出している。A点におけるゲージ圧を水頭高さで求めよ。ただし、 $d_A = 5\text{cm}$, $d_B = 6.25\text{cm}$ とする。
2. 内径 $15\text{cm}\phi$ の管の末端にノズルを付けて水を直径 $5\text{cm}\phi$ の噴流として大気中に噴出させている。管内の流速が 5m/s のとき、管壁の圧力（ゲージ）はいくらか。また流れがノズルにおよぼす力を求めよ。
2. 水頭高さ ($H=3\text{m}$) を一定に保って水がオリフィスより噴出している。オリフィスからの水量を2倍にするためには、水表面にどれだけの圧力（ゲージ圧）を加えればよいか。ただし、水表面の圧力が変わっても流量係数は変わらないものとする。
3. 図2に示すせきを流れる単位幅当たりの流量を次元解析で求めよ。ただし、この場合重力が支配的なので粘性および表面張力の影響は無視するものとする。

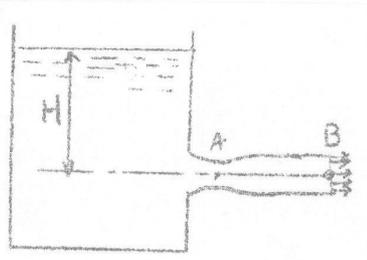


図1

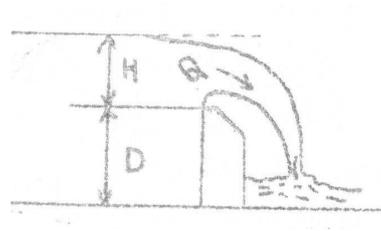


図2

(解)

1.

$$\frac{v_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_b^2}{2g} + \frac{p_b}{\gamma}$$
$$\frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_b^2}{2g} \left\{ 1 - \left(\frac{v_a}{v_b} \right)^2 \right\} + \frac{p_b}{\gamma} \dots (1)$$

$$H + \frac{v_o^2}{2g} + \frac{p_o}{2g} = 0 + \frac{v_b^2}{2g} + \frac{p_b}{\gamma}$$

$$\frac{v_b^2}{2g} = H \dots (2)$$

$$\frac{v_a}{v_b} = \left(\frac{d_b}{d_a} \right)^2 \dots (3)$$

(2), (3) を (1) に代入 $\frac{p_a}{\gamma} = H \left\{ 1 - \left(\frac{d_b}{d_a} \right)^4 \right\} + \frac{p_b}{\gamma}$

$$\left(\frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_b}{\gamma} \right) = H \left\{ 1 - \left(\frac{d_b}{d_a} \right)^4 \right\} = 3 \left\{ 1 - \left(\frac{6.25}{5} \right)^4 \right\} = -4.32m$$

2.

$$Q = C \sqrt{2gH}$$

$$2Q = C \sqrt{2g \left(H + \frac{\Delta p}{\gamma} \right)}$$

$$4(2gH) = 2g \left(H + \frac{\Delta p}{\gamma} \right)$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 3H, \quad \Delta p = 3\gamma H = 3 \times 10^3 \times 3 = 0.9 \text{ kgf/cm}^2$$

3.

$$Q = f(H, g, D)$$

$$f'(Q, H, g, D) = 0$$

$$\phi(\pi_1, \pi_2) = 0$$

$$\pi_1 = Q^{a1} H^{b1} g^{c1}$$

$$\pi_2 = Q^{a2} H^{b2} g^{c2}$$

$$L^0 T^0 = \left(\frac{L^3 T L}{L^2} \right)^{a1} L^{b1} \left(\frac{L}{T^2} \right)^{c1}$$

$$L : 0 = 2a1 + b1 + c1$$

$$T : 0 = -a1 - 2c1$$

$$c1 = -\frac{1}{2}a1, \quad b1 = -\frac{3}{2}a1$$

$$\pi_1 = Q^{a1} H^{-3/2a1} g^{-1/2a1} = \left(\frac{Q}{g^{1/2} H^{3/2}} \right)^{a1}$$

$$L^0 T^0 = \left(\frac{L^3 T L}{L^2} \right)^{a2} L^{b2} L^{c2}$$

$$L : 0 = 2a2 + b2 + c2$$

$$T : 0 = -a2$$

$$a2 = 0, \quad c2 = -b2$$

$$\pi_2 = Q^0 H^{b_2} D^{-b_2} = \left(\frac{H}{D}\right)^{b_2}$$

$$\phi(\pi_1 \pi_2) = 0, \quad \pi_1 = \phi'(\pi_2)$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g} H^{3/2}} = \phi'\left(\frac{H}{D}\right)$$

$$Q = \phi'\left(\frac{H}{D}\right) \sqrt{g} H^{3/2}$$