A-1. 図に示す水マノメータで B 点の圧力がゲージ圧で $58kPa$ であった．点 A のゲージ圧力はいくらか．また大気圧を $101.3kPa$ とすると絶対圧力はいくらか．ただし，油の比重は 0.75 とする．(加藤，流れの力学, p27)

（解）

$$p_A + \rho_w g(0.35) + \rho_{Hg} g(0.620 - \rho_o g(1.35) = 58 \times 10^3$$

$$p_{Agage} = 10^3(58 + 9.93 - 3.43 - 82.72) = -18.2kPa(14.91kPa\ vacuum)$$

$$p_{abs} = 101.3 - 18.2 = 83.08kPa$$

A-2. 図に示すタンクに空気と比重 0.75 の油が入っている．点 A の圧力はいくらか．(加藤，流れの力学, p27)

（解）

$$p_A - 0.75 \times 10^3 g(5) + \rho_{Hg} g(0.36) = p_o$$

$$p_A - p_o = 10^3 g(3.75 - 4.89) = -11.24kPa(11.24kPa\ vacuum)$$

A-3. 図に示す水を輸送する管路に絞りを設け，空気を入れた逆 U 字管マノメータで前後の圧力差を測ったら水柱差が $82cm$ であった．圧力差はいくらか．また，このとき空気のかわりに比重 0.825 の油を入れたマノメータを用いると水柱差はいくらになるか．(加藤，流れの力学, p27)

（解）

$$p_A - p_B = \rho_w g H = 10^3 g \times 0.82 = 8.04kPa$$

$$H' = \frac{8.04 \times 10^3}{(\rho_w - \rho_o)} = 4.68m$$

A-4. 図に示すタンク A, B に比重 0.78 の油と 1.264 のグリセリンが入っている．二つのタンクに水銀を入れたマノメータを取り付け水銀柱の高さを測ったら， $H_1 = 62cm$, $H_2 = 96cm$ あった．グリセリンの自由表面までの高さが $H_3 = 7.6m$ のとき油の高さはいくらか．(加藤，流れの力学, p27)

（解）

$$p_a + \rho_o g(H - H_1) = p_a + \rho_{gl} g(H_3 - H_2) + \rho_{Hg} g(H_2 - H_1)$$

$$H = H_1 + \frac{\rho_{gl}}{\rho_o}(H_3 - H_2) + \frac{\rho_{Hg}}{\rho_o}(H_2 - H_1)$$

$$H_4 = 0.62 + \frac{1.264}{0.78}(7.6 - 0.62) + \frac{13.6}{0.78}(0.96 - 0.62) = 17.86m$$

A-5. 図のマノメータで $H_1 = 1.45m$, $H_2 = 1.28m$, $H_3 = 0.96m$, $H_4 = 1.13m$ のとき点の圧力はいくらか.（加藤，流れの力学，p28）

（解）

$$p_A + \rho_1 g H_1 - \rho_3 g H_2 = p_o + \rho_3 g H_4 - \rho_2 g H_3$$

$$p_A - p_o = \rho_3 g H_4 - \rho_2 g H_3 - \rho_1 g H_1 + \rho_3 g H_2$$

$$p_A - p_o = 10^3(13.55g \times 1.13 - 1.264g \times 0.96 - 0.83g \times 1.45 + 13.55g \times 1.28)$$

$$= 10^3(150.05 - 11.89 - 11.79 + 169.97) = 296.34kPa(gage)$$

A-6. 図に於て，タンク $No.1$ と $No.2$ は空気で密閉されている．圧力計 A がマノメータ B, C の液が比重 13.55 の水銀ならば， h_C は幾らになるか．(生井，水力学，p45)

（解）

$$p_A - \rho_{Hg} g(1.82 - h_c) = p_a$$

$$h_c = \frac{\rho_{Hg} g h_b - (p_A - p_a}{\rho_{Hg} g}$$

$$= 1.82 - \frac{206.9 \times 10^3}{13.55(10^3)g} = 0.263m = 263mm$$

A-7. 図において，液体の圧力が $-10.88kPa(gage)$ であれば，液体の比重は幾らか．(生井，水力学，p45)

（解）

$$p_A + 1.60 \times 10^3 g(0.46) + s_B \times 10^3 g(0.38) = p_a$$

$$s_B = \frac{10.88 \times 10^3}{10^3 g(0.38)} - \frac{1.6(0.46)}{0.38} = 2.92 - 1.94 = 0.98$$

A-8. 図に示すように，容器 A と $+B$ にはそれぞれ $280kPa$ と $140kPa$ の水が入っている．図に示すような状態で平衡を保つとすれば，水銀柱の高さ h はいくらになるか．(中村，機械流体工学，p25)

（解）

$$p_A + \rho_w g(x + h) - \rho_{Hg} g h + \rho_w g y = p_B$$

$$(p_A - p_B) + k\rho_w g(x + y) = hg(\rho_{Hg} - \rho_w), \quad x + y = 4 - 2 = 2m$$

$$h = \frac{(p_A - p_B) + \rho_w g(x + y)}{g(\rho_{Hg} - \rho_w)} = \frac{10^3(280 - 140 + 2g)}{10^3 g(13.6 - 1)} = 1.29m$$

A-9. 図に示すようなタンクにおいて，点 A におけるゲージ圧力が $-16kPa$ のとき，次の値を求めよ．(1) 液柱計 E, F, G 内の液体の高さ (2) U 字管内の水銀柱の示差．(中村，機械流体工学，p25)

（解）

$$(1)\ E:\ -16 \times 10^3 + \rho_o g h = 0(p_a = 0), \quad h = \frac{16 \times 10^3}{10^3 \times 0.8g} = 2.04m$$

$$F:\ p_M = -16.0 \times 10^3 + 0.8g \times 10^3(3) = 7.544kPa$$

$$7.544 \times 10^3 + \rho_w g h = 0, \quad h = -0.77m(\text{upward from M})$$

$$G:\ p_R = 46.78kPa, \quad h = -2.98m(upward\ from\ R)$$

$$(2)\ p_M + \rho_w g(8) = \rho_{Hg} g h_1$$

$$h_1 = \frac{7.544 \times 10^3 + \rho_w g(8)}{\rho_{Hg} g} = 0.645m$$

A-10. 図に示すマノメータにおける $p_A - p_B$ を求めよ．ただし， 水, 塩水, あまに油の密度はそれぞれ次の通りとする．(生井，演習水力学, p48)

$$\rho_A = 998.3kg/m^3,\ \rho_B = 1.025t/m^3,\ \rho' = 942kg/m^3$$

（解）

$$p_A - \rho_A g(0.86 + 0.11) = p_B - \rho_B g(0.61 - 0.11) - 0.22\rho' g$$
$$p_A - p_B = 0.97\rho_A g - 0.5\rho_B g - 0.22\rho' g$$
$$= 998.3g \times 0.97 - 1025g \times 0.5 - 942 \times 0.22$$
$$= 2.44kPa(0.0248kgf/cm^2)$$

A-11. 図に示す示す差マノメータで測定された差圧 $p_A - p_B$ を求めよ．ただし，燃料油の比重は 0.85, 水銀の比重は 13.6 とする．(生井，演習水力学, p48)

（解）

$$p_A + \rho g(0.46) - \rho' g(0.16) + \rho_w g(0.20) - \rho' g(0.36) - \rho g(0.74) = p_B$$

$$p_A - p_B = \rho' g(0.52) + \rho g(0.28) - \rho_w g(0.20)$$

$$= 10^3 g(7.072 + 0.238 - 0.2) = 69.7kPa$$

A-12. 図のような微圧計において，容器の直径が $30cm$, U 字管の直径が $38mm$ で密度 ρ_1 と ρ_2 の二液体が用いられている． U 字管内の液面差 $h = 50.8cm$ であれば，密度 ρ の気体の圧力差 Δp は幾らか．もし，この微圧計に密度 ρ_1 の液体のみが用いられれば，液面差は幾らになるか．ただし，とする．

（解）

$$p_1 + \rho g(h_1 + \Delta h) + \rho_1 g(h_2 - \Delta h + \frac{1}{2}h)$$

$$= p_2 + \rho g(h_1 - \Delta h) + \rho_1 g(\Delta h + h_2 - \frac{h}{2}) + \rho_2 gh$$

$$A\Delta h = a\frac{h}{2}, \quad \Delta h = \frac{a}{A}\frac{h}{2}$$

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= -2\rho g\Delta h + 2\rho_1 g(\Delta h - h) + \rho_2 gh \\ &= \rho_2 gh\{\frac{\rho_1}{\rho_2}(\frac{a}{A} - 1) - \frac{\rho}{\rho_2}\frac{a}{A} + 1\} \\ &= 317.1Pa \end{aligned}$$

$$p_1 + \rho g(h_1 + \Delta h) = p_2 + \rho g(h_1 - \Delta h) + \rho_g(2\Delta h)$$

$$p_1 - p_2 = 2\Delta hg(\rho_1 - \rho)$$

$$2\Delta h = \frac{p_1 - p_2}{g(\rho_1 - \rho)} = \frac{317.1}{g(850 - 1.205)} = 3.8cm$$

A-13. 図のように U 字管の一方の管の断面積を大きくして液そうにした単管式圧力計において，他方の単管を傾斜させて傾斜マノメータにするとき，単管の読みを 10 倍に拡大して読みたい．傾斜角 θ を幾らにすればよいか．ただし，面積比 $a/A = 0.016$ とする．

（解）

$$p_1 = p_2 + \rho g(h + \Delta h) = p_2 + \rho g(l \sin\theta + \Delta h), \quad A\Delta h = al$$
$$p_1 - p_2 = \rho g l(\sin\theta + \frac{a}{A})$$
$$\rho g l(\sin\theta + \frac{a}{A}) = \Delta p = \rho g h(\sin 90^o + \frac{a}{A})$$
$$\frac{l}{h} = 10 = \frac{\sin 90^o + \frac{a}{A}}{\sin\theta + \frac{a}{A}}$$
$$\sin\theta = 0.0856, \quad \theta = 4.91^o$$

B-1. 図において，長方形及び三角形にはたらく全圧と圧力の中心を求めよ．(中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$(1)\ \overline{z} = 1.2 + 1.0 = 2.2m$$
$$P = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(2.2)(2.0 \times 1) = 43.2kPa$$
$$I_g = \frac{1 \times 2^3}{12} = 0.66$$
$$z_c = y_c = \frac{Ig}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{0.66}{2.2 \times (2.0 \times 1)} + 2.2 = 2.35m$$
$$(2)\overline{y} = \frac{1}{\sin 45^o} + \frac{2}{3} \times 2 = 1.414 + \frac{4}{3} = 2.75m$$
$$\overline{z} = \frac{\overline{y}}{\sin 45^o} = 1.94m, \quad A = \frac{1.2 \times 2}{2} = 1.2m^3, \quad I_g = \frac{1.2 \times 2.0^3}{36} = 0.27$$
$$P = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(1.94)(1.2) = 22.8kPa$$
$$y_c = \frac{I_g}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{0.27}{2.75(1.2)} + 2.75 = 2.83m, \quad z_c = \frac{2.83}{\sin 45^o}$$

B-2. 図において，扉 AB は幅が $1m$ で，点 A に蝶番で設置されている．圧力計 G の読みが $-15kPa$ で，右側の容器内には比重 0.8 の油が入っている．扉 AB を平衡に保つには点 B にどれだけの力を加えればよいか．(中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$h = -\frac{p}{\rho g} = -\frac{15 \times 10^3}{10^3 g} = -1.53m, \quad 5.5 - 1.53 = 3.97m(0 - gage)$$
$$\overline{z} = (3.97 - 1.8) + \frac{1.8}{2} = 3.07m$$
$$P_w = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(3.07)(1.8 \times 1.0) = 54.2kPa$$
$$z_c = \frac{I_g}{\overline{z}A} + \overline{z} = \frac{1.0 \times (1.8^3/12)}{3.07(1.8 \times 1.0)} + 3.07 = 3.15$$
$$P_o = \rho g \overline{z} A = 0.8 \times 10^3 g(\frac{1.8}{2})(1.8 \times 1.0) = 12.7kPa$$
$$z_c = \frac{1.0 \times (1.8^3/12)}{0.9(1.8 \times 1.0)} + 0.9 = 1.2m$$
$$(3.15 - 2.17)P_w = 1.2P_o + 1.8F, \quad F = 21.0kN\ to\ the\ left.$$

B-3. 図に示すように, 直径 $2m$ の扉が重心下 $0.1m$ のところにある水平ピボットのまわりに回転できるものとする. ピボット C のまわりに不平衡力に基づく時計方向のモーメントを生じさせないためには、水面の上昇位置 h をいくらにすればよいか (中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$\eta = \frac{Ig}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{\pi d^3/64}{(h+1)(\pi d^2/4)} + (h+1)$$
$$\eta - (h+1) = \frac{(\pi \times 2^4/64)}{(h+1)(\pi \times 2^2/4)} = 0.12, \quad h = 1.08m$$

B-4. 半径 $4m$，長さ $5m$ の扇形ゲートで水平水路の水の流れを制御する．ゲート AB に及ぼす全圧力およびその方向を求めよ．(生井, 演習水力学, p50)

（解）

$$P_H = 10^3 g(2 + 4sin30^o)(4\sin 30^o) = 294kN$$

$$P_V = 10^3 g \times 5\{2(4 + 4\cos 30^o) + \pi 4^2 \times \frac{30}{360} - 2 \times 4\cos 30^o \times \frac{1}{2}\}$$

$$= 88.0kN, \quad P = \sqrt{P_H^2 + P_V^2} = \sqrt{294^2 + 88.0^2} = 307kN$$

$$\tan\alpha = \frac{88.0}{294} = 0.2993, \quad \alpha = 16^o 40'$$

B-5. 図のように，半径 $3.0m$, 長さ $2.0m$, 重さ $29.5kN$ の円筒でタンク内の液体が分けられている．円筒の右側が比重 0.85 の油で，左側が水の場合，この円筒に作用する水平力および鉛直力を求めよ．

（解）

$$P_{Hw} = \rho g y_g A = 10^3 g(0.75)(1.5 \times 2.0) = 22.1kN$$
$$P_{Ho} = \rho g Y_g A = 10^3 \times 0.85g(1.5)(3.0 \times 2.0) = 75.1kN$$
$$P_{Hnet} = P_{Hw} - P_{Ho} = 75.1 - 22.1 = 53.0kN$$
$$P_{Vw} = \rho g(area\ CDB) = \rho g\{\pi \times 3.0^2(\frac{60}{360}) - \frac{1}{2}(1.5 \times 2.598)\} \times 2 = 54.22kN$$
$$P_{Vo} = \rho g(area\ AOB) = 10^3 \times 0.85g\{\pi \times 3.0^2(\frac{1}{4})\} \times 2 = 117.8kN$$
$$P_{Vnet} = 54.22 + 117.8 - 29.5 = 142.5kN$$

B-6. 図のように $x^2 = 6 - 2y$ で表される曲線壁に作用する単位幅当りの水平，垂直分力およびそれらの作用点を求めよ．(生井, 演習水力学, p50)

（解）

$$P_H = 10^3 g(\frac{3}{2} \times 3 \times 1) = 44.1kN$$

$$\eta = \frac{2}{3} \times 3 = 2m$$

$$P_V = 10^3 g \int_0^{\sqrt{6}} y dx = 10^3 g \int_0^{\sqrt{6}} (3 - \frac{x^2}{2}) dx = 48.0kN$$

$$or\ P_V = 10^3 g \int_0^3 x dy = 10^3 g \int_{\sqrt{6}}^0 -x^2 dx$$

$$= 10^3 g \int_0^{\sqrt{6}} x^2 dx = 10^3 g \frac{x^3}{3} \mid_0^{\sqrt{6}} = 48.0kN$$

$$\xi = \frac{\int x(3 - x^2/2)dx}{\int (3 - x^2/2)dx}$$

$$= \frac{9}{2}\frac{1}{2\sqrt{6}} = 0.92$$

B-7. 図は水力発電所の水量調節に用いられるローリングダムの断面である．水位が高まって B 点に達すると，円筒を回転して斜め上方に引き上げ，円筒とダムの上端 A 点との隙間から水を流出させる．円筒の直径が $3m$ 長さが $1m$ であるとき，満水時における水圧の水平分力と鉛直分力を求め，かつこれらの作用点を求めよ．(国清，水力学, p47)

（解）

$$P_H = \rho g y_g A = 10^3 g \times 1.5(3 \times 1) = 44.1kN$$
$$y_c = \frac{2}{3} \times 3 = 2m$$
$$P_V = \rho g \frac{1}{2}(\frac{\pi R^2}{2}) = 34.6kN$$
$$\frac{CC_H}{OC_H} = \frac{P_H}{P_V}, \quad CC_H = 2 \times \frac{44.1}{34.6} = 0.637m$$
$$\rho g \int_0^R x \cdot y dx = \xi P_V, \quad P_V = \rho g \frac{1}{2}\pi R^2$$
$$(\frac{y}{2})^2 = R^2 - x^2, \quad \frac{y}{2} dy = -2x dx, \quad x y dx = -(\frac{y}{2})^2 dy, \quad A = \frac{1}{2}\pi R^2$$
$$\int_0^R x y dx = \xi(\frac{1}{2}\pi R^2) = \int_0^{2R} \frac{1}{4} y^2 dy = \frac{1}{4}\frac{(2R)^3}{3}$$
$$\xi = \frac{4}{3}\frac{R}{\pi},$$
$$\xi = \frac{4}{3}(\frac{3}{\pi}) = 0.637m$$

B-8. 図に示す直径 $1.8m$ の円形の蝶型弁が質量中心より $10cm$ 下の水平軸 C のまわりに回転する．点 C まわりのモーメントがゼロになるためには深さ h をいくらにすればよいか．AB が高さ $1.8m$, 幅 $1m$ の長方形ゲ-トのときはいくらか．(加藤, 流れの力学, p28)

（解）

$$P = \rho g y_g A, \quad y_c = y_g + \frac{I_g}{y_g A}$$
$$M = P(y_c - y_g) = \rho g I_g$$
$$M = \rho g \frac{\pi R^2}{4} = P \times 0.1 = \rho g (h + 0.9)\pi R^2 \times 0.1$$

$$\frac{0.9^2}{4} = (h+0.9)(0.1), \quad h = 1.13m$$
$$M = \rho g \frac{ab^3}{1}2 = P \times 0.1 = \rho g(h+0.9)(ab) \times 0.1$$
$$\frac{1.8^2}{1}2 = (h+0.9)(0.1), \quad h = 1.8m$$

B-9. 図に示すように半径 $2m$ の水門 AB に作用する単位幅あたりの水平および垂直の各成分および合力を求めよ． (RV Giles, p29)

（解）

$$P_H = 10^3 g(1)(2 \times 1) = 19.62kN$$
$$P_V = \rho g V = 10^3 g \times \frac{\pi 2^2}{4} = 30.82kN$$
$$\eta = \frac{2}{3}(2) = \frac{4}{3}m$$
$$\rho g \int_0^R x \cdot y dx = \xi P_V, \quad P_V = \rho g(A \times 1)$$
$$y^2 = R^2 - x^2, \quad ydy = -xdx, \quad xydx = -y^2 dy, \quad A = \frac{1}{4}\pi R^2$$
$$\int_0^R xydx = \xi A = -\int_0^R y^2 dy = -\frac{R^3}{3}, \quad A = \frac{\pi R^2}{4}$$
$$\xi = -\frac{R^3}{3}\frac{4}{\pi R^2} = -\frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$$
$$\xi = -\frac{4}{3}(\frac{2}{\pi}) = -0.85m$$
$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{P_H}{P_V}, \quad \xi = \frac{176.6}{277.4} \times 4 = 2.54m$$

$$P_H \eta = P_V \xi, \quad 176.6 \times 4 - 277.4 \times 2.54 = 0$$

B-10. 図に示すように直径 $2.0m$ の円筒が 45^o 傾斜の平板上におかれて，左側は水に浸っている．円筒に作用する単位長さ当りの水平，垂直方向の力を求めよ．(RV Giles, p30)

（解）

$$\begin{aligned} P_H &= \rho g h_g A = 10^3 g\{(1.2+0.85)(1.7 \times 1) - (1.2+1.55)(0.3 \times 1)\} = 26.1kN \\ P_V &= weight\ of\ (rectangle\ GFJCltriangle\ CJB + semicircleCDAB) \\ P_V &= \rho g(area) = 10^3 g(1.2 \times 1.4 + \frac{1}{2} \times 1.4 + \frac{1}{2}\pi 1^2)(1) = 41.5kN \end{aligned}$$

C-1. 図のような二つの水槽がある． A の水を面積 $100cm^2$ の孔 C を通して B へ流入させる．初め $H_1 = 5m$, $H_2 = 2m$ とすれば水面の高さが同じになるのは何秒か． A, B の断面積はともに $5m^2$ とする．(豊倉，流体力学，ｐ７５)

(解)

$$\frac{p_a}{\rho g} + H_1 = \frac{v_c^2}{2g} + z_1 + \frac{p_c}{\rho g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + H_2 - z_1$$

$$v_c = \sqrt{2gh}, \quad h = H_1 - H_2$$

$$-dH_1 A = v_c a dt = \sqrt{2gh} a dt$$

$$-\frac{dH_1}{dt} = \frac{2a}{A}\sqrt{2gh}, \quad \frac{dH_2}{dt} = \frac{a}{A}\sqrt{2gh}, \quad A = B$$

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{a}{A}\sqrt{2gh}, \quad T = \int dt = -\frac{A}{2a\sqrt{2g}}\int_{h_0}^{0}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

$$T = \frac{A}{2a\sqrt{2g}} 2h_0^{1/2} = \frac{5 \times 2 \times 3^{1/2}}{2 \times 0.01\sqrt{2g}} = 195.6s$$

C-2. 図のような管断面積の変化を利用して流量測定を行うことができる. (1), (2) 断面の面積を $A_1(cm^2)$, $A_2(cm^2)$ マノメータの読みを $h(cm)$, 管を通る流体とマノメータの液体の比重を γ, $\gamma'(kgf/m^3)$ とすれば、流量はいくらになるか. ただし損失はないものとする.（豊倉，流体力学，ｐ７５）

（解）

From Bernoulli's equ. and Continuity equ.,

$$Q = A_2\sqrt{\frac{2g(p_2 - p_1)}{[(A_2/A_1)^2 - 1]\gamma}}, \quad p_2 - p_1 = (\gamma' - \gamma)h$$

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{(A_2/A_1)^2 - 1}}\sqrt{2g(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1)h} \times 10^{-3} l/s$$

C-3.　流量 $Q = 2m^3/s$ の水が流れている断面積 $1m^2$ の管の一部を狭め，図のように細管（断面積 $a = 0.5cm^2$）から薬液を $200cc/s$ だけ注入したい．管の狭まり部の断面積 A を求めよ．ただし損失はないものとし，薬液の比重は水と同じとする．(豊倉, 流体力学, p75)

（解）

$$Av = A_o v_o = Q, \quad \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}, \quad \frac{vo^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma}$$

$$\frac{p_a}{\gamma} = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}, \quad va = q$$

$$\frac{p}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_o^2 - v_1^2}{2g} = -h - \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{1}{2g}(\frac{Q}{A_o})^2\{1 - (\frac{A_o}{A})^2\} = -h - \frac{1}{2g}(\frac{q}{a})^2$$

$$Q = 2m^3/s,\ A_o = 1m^2,\ q = 2 \times 10^{-4} m^3/s$$

$$a = 0.5cm^2 = 5 \times 10^{-5} m^2$$

$$\frac{1}{2g}(4)(1 - \frac{1}{A^2}) = -1 - \frac{1}{2g}\left(\frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-5}}\right)^2, \quad A = 0.314m^2$$

D-1. 直径 D なる円管の内部に直径から高速の流体を噴出させ，断面 (1) では図のような速度分布になった．混合により断面 (2) では一様速度となった．断面 (1), (2) 間の圧力差を求めよ．ただし流体は非圧縮性とし，壁面抵抗は無視するものとする．(豊倉, 流体力学, p76)

(解)

$$\rho\{\frac{\pi D^2}{4}v_2^2-\frac{\pi d^2}{4}v_o^2-\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)v_1^2\}=(p_1-p_2)\frac{\pi D^2}{4}$$

$$\rho\left\{v_2^2-(\frac{d}{D})^2v_o^2-\{1-(\frac{d}{D})^2\right\}v_1^2=(p_1-p_2)$$

$$\frac{\pi D^2}{4}v_2=\frac{\pi d^2}{4}v_o+\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)v_1$$

$$v_2=(\frac{d}{D})^2v_o+\{1-(\frac{d}{D})^2\}v_1$$

$$v_2^2=(\frac{d}{D})^4v_o^2+\{1-(\frac{d}{D})^2\}^2v_1^2+2(\frac{d}{D})^2\{1-(\frac{d}{D})^2\}v_0v_1$$

$$p_2-p_1=\rho\frac{d^2}{D^4}(D^2-d^2)(v_o-v_1)^2>0$$