3-7. 上部が大気に開放している直径 $1m$ の円筒形水槽の底に流量係数 0.6 直径 $5cm$ の小孔を設けけ排水する．水槽水面の高さが $2m$ のとき，水槽内の水を全部排水するのに必要な時間を求めよ．

（解）

$$-Adz = Qdt, \quad Q = cav = ca\sqrt{2gz}$$

$$-Adz = ca\sqrt{2gz}dt, \quad dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}}\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}}\sqrt{(H_1-0)}, \quad T = \frac{2(\pi 1^2/4)}{0.6(\pi 0.05^2/4)\sqrt{2g}} \times \sqrt{2} = 426sec$$

3-7-2. 上部が大気に開放している直径 $2m$ の円筒形水槽の底に流量係数 0.63 直径 $6cm$ の小孔を設けけ排水する．水槽水面の高さが $3m$ のとき，水槽内の水を全部排水するのに必要な時間を求めよ．

（解）

$$-Adz = Qdt, \quad Q = cav = ca\sqrt{2gz}$$

$$-Adz = ca\sqrt{2gz}dt, \quad dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}}\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}}\sqrt{(H-0)}, \quad T = \frac{2(\pi 2^2/4)}{0.63(\pi 0.06^2/4)\sqrt{2g}} \times \sqrt{3} = 1379.3sec = 23min$$

3-11-2. 図に示すような管路を $8.0m^3/min$ の水がポンプによって送られている．ポンプの動力を求めよ．ただし，マノメータ液は水銀が使用されている．

（解）

$$H_p = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (\frac{p^2}{\rho g} + z) + (\frac{p_1}{\rho g} + 0)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = (\frac{p_2}{\rho g} + z) + (\frac{p_1}{\rho g} + 0) = h(\frac{\rho_g}{\rho g} - 1) = 1.3(13.6-1) = 16.38$$

$$v_1 = \frac{8.0/60}{\pi 0.2^2/4} = 4.24m/s, \quad v_2 = \frac{8.0/60}{\pi 0.15^2/4} = 7.54m/s$$

$$H_p = 1.98 + 16.34 + 16.38 = 18.34$$

$$L = \rho g Q H_p = 10^3 g \times 0.1333 \times 18.4 = 24.0kw$$

3-23-2. 円管の速度分布が次式で示される場合の断面 (1)(2) における運動量の比を求めよ．また，円管壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ．ただし，r は管中心からの距離，R は管の半径，v_1 は入口の一様速度， U は管中心における流速とする．

$$v = U\{1 - (\frac{r}{R})^2\}$$

（解）

$$M_1 = \rho\pi R^2 v_1^2$$

$$\pi R^2 v_1 = \int_0^R v^2\pi r dr = \int_0^R v_{max}[1 - \frac{r^2}{R^2}]2\pi r dr = v_{max}\pi\frac{R^2}{2}, \quad U = 2v_1$$

$$M_2 = \int_0^R \rho[2v_1(1-\frac{r^2}{R^2})]^2 2\pi r dr = 8\rho\pi R^2 v_1^2(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}) = \frac{4}{3}\rho\pi R^2 v_1^2$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{4}{3}$$

$$-D_f + (p_1 A - p_2 A) = M_2 - M_1$$

$$D_f = (p_1 - p_2)\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi R^2 v_1^2$$

4-16. 流速の一様流れに平行のにおかれた平板において，層流境界層内の速度分布ががが次式で表されるとき，排除厚さ，運動量厚さ，形状係数，壁面せん断応力および平板の摩擦抗力を求めよ．

$$\frac{u}{V} = sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}$$

（解）

$$\frac{u}{V} = sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = \delta d\eta$$

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - sin\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta})dy = \delta\int_0^1 (1 - sin\frac{\pi}{2}\eta)d\eta$$

$$= \delta(\eta + \frac{2}{\pi}cos\eta)\mid_0^1 = \delta(1 + 0 - 0 - \frac{2}{\pi}) = 0.363\delta$$

$$\theta = \delta\int_0^1 sin\frac{\pi}{2}\eta(1 - sin\frac{\pi}{2}\eta)d\eta$$

$$= \delta - \frac{2}{\pi}cos\eta - \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - sin\frac{\pi}{2}cos\frac{\pi}{2})\mid_0^1 = \delta(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}) = 0.137\delta$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = 2.65$$

$$\tau_0 = \mu(\frac{dv}{dy})_{y=0} = \frac{\mu V\pi}{2\delta}$$

$$\tau_0 = \rho V^2\frac{d\theta}{dx} = 0.137\rho V^2\frac{d\delta}{dx} = \frac{\mu V\pi}{2\delta}$$

$$2\delta d\delta = \frac{\pi}{0.137}\frac{\nu}{V}dx$$

$$\delta^2 = 22.93\frac{\nu}{V}x + c, \quad \delta = 4.79\sqrt{\frac{\nu x}{V}}$$

$$D = \int_0^l \tau_0 dx = \rho V^2\theta = 0.137\rho V^2(4.79\sqrt{\frac{\nu l}{V}}) = 0.656\rho V^2\sqrt{\frac{\nu l}{V}}$$

$$C_f = \frac{D}{(1/2)\rho V^2 l} = \frac{1.312}{\sqrt{R_{el}}}$$

4-16-2. 流速の一様流れに平行のにおかれた平板において，層流境界層内の速度分布ががが次式で表されるとき，排除厚さ，運動量厚さ，形状係数，壁面せん断応力および平板の摩擦抗力を求めよ.（富田，水力学，p118；池森，水力学，p279）

$$\frac{v}{V} = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3$$

（解）

$$\frac{v}{V} = sin\frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = \delta d\eta$$

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{v}{V})dy = \delta \int_0^1 (1 - \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3)d\eta = \frac{3}{8}\delta$$

$$\theta = \delta \int_0^1 (1 - \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3)(\frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3)d\eta = 0.139\delta$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = 2.69$$

$$\tau_0 = \mu(\frac{dv}{dy})_{y=0} = \frac{3}{2}\frac{\mu V}{\delta}$$

$$\tau_0 = \rho V^2 \frac{d\theta}{dx} = 0.139\rho V^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{3}{2}\frac{\mu V}{\delta}$$

$$\delta d\delta = 10.79\frac{\nu}{V}dx, \quad \frac{\delta^2}{2} = 10.79^f rac\nu V x + c$$

$$\frac{\delta}{x} = 4.69\sqrt{\frac{\nu}{Vx}} = \frac{4.65}{\sqrt{R_{ex}}}, \quad R_{ex} = \frac{Vx}{\nu}$$

$$\tau_0 = 0.323\sqrt{\frac{\mu\rho V^3}{x}}$$

$$D = \int_0^l \tau_0 dx = \rho V^2\theta = 0.645\rho V^2\sqrt{\frac{\nu l}{V}}$$

$$C_f = \frac{D}{(1/2)\rho V^2 l} = \frac{1.292}{\sqrt{R_{el}}}, \quad R_{el} = \frac{Vl}{\nu}$$

5-14. 断面積がそれぞれ A_1 および A_2 である 2 個の水槽が，図のように水平な円管で接続している．円管の直径 d, 管長 l, 管摩擦係数 λ，入口損失係数 ζ とするとき，水槽の水面が H_1 から H_2 になるまでの所要時間を求めよ．

（解）

$$H = \frac{v^2}{2g}(1 + \zeta + \lambda l/d), \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta + \lambda l/d}}$$

$$Qdt = -A_1 dy_1 = A_2 dy_2$$

$$H = y_1 - y_2, \quad dH = dy_1 - dy_2$$

$$dH = dy_1(1 + \frac{A_1}{A_2}) = dy_1(\frac{A_1 + A_2}{A_2}), \quad -A_1 dy_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 v dt$$

$$dt = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1 + A_2)}\sqrt{\frac{1 + \zeta + \lambda l/d}{2g}}H^{-1/2}dH$$

$$T = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{1+\zeta+\lambda l/d}{2g}}\int_{H_1}^{H_2} H^{-1/2}dH$$

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{1+\zeta+\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

For frictional losses only,

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

5-14-2. いま，$H_1 = 1.8m, A_1 = 8.4m^2, A_2 = 4.6m^2$ なる 2 水槽間を直径 $25mm$, 長さ $150m$ を通して流量 $2.8m^3$ の送水をするための時間を求めよ．ただし管路内の損失は摩擦損失のみとしその係数は．0.04 とする．(JF Douglas, p232)

（解）

$$H_1 = 1.8m, \quad H_2 = H_1 - \frac{2.8}{8.4} - \frac{2.8}{4.6} = 0.857m$$

$$H = \frac{v^2}{2g}(\lambda l/d), \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda l/d}}$$

$$Qdt = -A_1dy_1 = A_2dy_2$$

$$H = y_1 - y_2, \quad dH = dy_1 - dy_2$$

$$dH = dy_1(1+\frac{A_1}{A_2}) = dy_1(\frac{A_1+A_2}{A_2}), \quad -A_1dy_1 = \frac{1}{4}\pi d^2vdt$$

$$dt = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}H^{-1/2}dH$$

$$T = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}\int_{H_1}^{H_2} H^{-1/2}dH$$

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

$$T = \frac{8\times 8.4\times 4.6}{\pi 0.025^2(8.4+9.6)}\sqrt{\frac{0.04\times 150}{2g\times 0.025}}(1.8^{1/2}-0.875^{1/2})$$

$$= 12150\times\sqrt{12.25}\times(1.344-0.925) = 17750s = 4h55min50s$$

5-14-3. 図のような二つの水槽がある． A の水を面積 $100cm^2$ の孔 C を通して B へ流入させる．初め $H_1 = 5m$, $H_2 = 2m$ とすれば水面の高さが同じになるのは何秒か． A, B の断面積はともに $5m^2$ とする.（豊倉，流体力学，ｐ７５）

(解)

$$\frac{p_a}{\rho g} + H_1 = \frac{v_c^2}{2g} + z_1 + \frac{p_c}{\rho g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + H_2 - z_1$$

$$v_c = \sqrt{2gh}, \quad h = H_1 - H_2$$

$$-dH_1 A = v_c a dt = \sqrt{2gh} a dt$$

$$-\frac{dH_1}{dt} = \frac{2a}{A}\sqrt{2gh}, \quad \frac{dH_2}{dt} = \frac{a}{A}\sqrt{2gh}, \quad A = B$$

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{a}{A}\sqrt{2gh}, \quad T = \int dt = -\frac{A}{2a\sqrt{2g}}\int_{h_0}^{0}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

$$T = \frac{A}{2a\sqrt{2g}} 2h_0^{1/2} = \frac{5 \times 2 \times 3^{1/2}}{2 \times 0.01\sqrt{2g}} = 195.6s$$

3d-1. 図に示すように，水深 $2m$ のところにタンクの互いに反対側の位置に異なる出口面積 $(d = 5cm,\ 3cm)$g のノズルが取り付けられている．双方の出口断面積がタンクの断面積に比べて非常に小さいとき，タンクが水平方向に受ける力の大きさ及び向きを求めよ．ただし両ノズルの流量係数は $(C = 0.95)$ とする．(菊山，流体工学演習,p122)

(解)

$$-\rho Q_1 v + \rho Q_2 v + F = 0, \quad F = \rho(Q_1 - Q_2)$$
$$v = \frac{Q}{A_1} = C\sqrt{2gh}, \quad F = \rho C^2 (A_1 - A_2) C(2gh)$$
$$F = 10^3 \times 0.95^2 (\frac{\pi 0.03^2}{4} - \frac{\pi 0.05^2}{4})(2g \times 2) = -44.46N$$

3d-2. $5m/s$ で流れている川を，図のようなジェット推進の船が $10m/s$ の速度で登っている．ジェットの流量を $0.15m^3/s$, 噴出速度を $20m/s$ とすると，この船の推進力はいくらになるか.（中山，流体の力学）

(解)

$$F = \rho Q(v_j - v) = 10^3 \times 0.15\{(20 - 5) - 10\} = 750N\ (76.5kgf)$$

3d-3. 図に示すように，相隣れる断面積 A および $3A$ なる平行ダクト内を流れる流体の体積流量をそれぞれ $2Q$ および $3Q$ とする．この二つの流れが断面積 $4A$ となるダクト内に合流してその流量が $5Q$ となった．流体を非圧縮性として，(1) 合流開始断面の圧力と，合流完了断面の圧力との差を求めよ．(2) 単位時間当りの全エネルギ損失を求めよ．ただし管摩擦損失は無視する．(生井，流れの力学,p79)

(解)

$$\rho(5Q)v_2 - \rho(2Q)v_1 - \rho(3Q)v_1' = (p_1 - p_2)4A$$
$$v_2 = \frac{5Q}{4A}, \quad v_1 = \frac{2Q}{A}, \quad v_1' = \frac{3Q}{3A}$$
$$p_2 - p_1 = \frac{3}{16}\rho(\frac{Q}{A})^2$$
$$(inlet)2Q: \ \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{4Q^2}{2gA^2}$$
$$(inlet)3Q: \ \frac{p_1}{\rho g} + \frac{Q^2}{2gA^2}$$
$$(outlet)5Q: \ \frac{p_2}{\rho g} + \frac{25}{16}\frac{Q^2}{2gA^2}$$

Total energy reduction(2Q) :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (4 - \frac{25}{16})\frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{33}{32}\frac{Q^2}{2gA^2}$$

Total energy reduction(3Q) :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (1 - \frac{25}{16})\frac{Q^2}{2gA^2} = -\frac{15}{32}\frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$2\rho g Q\frac{33}{32}\frac{Q^2}{2gA^2} - 3\rho g Q\frac{15}{32}\frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{21}{32}\frac{\rho Q^2}{A^2}$$

3d-4 図に示すような曲管から水平からの角度 20゜ で水を噴出している．曲管に作用する水平，垂直及び合力を求めよ．(Daugherty, p150)

(解)

$$\frac{200 \times 10^3}{\rho g} + 10 = 6 + \frac{v_3^2}{2g}, \quad v_3 = \sqrt{2g\{(10-6)+20.4\}} = 21.9m/s$$

$$Q = \frac{\pi d_3^2}{4}v_3 = 0.97m^3/s, \quad v_2 = 12.3m/s$$

$$3 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{12.3^2}{2g} = 6 + \frac{21.9^2}{2g} \ (p_3 = p_{atm} = 0)$$

$$p_2 = \rho g\left(6 - 3 + \frac{21.9^2 - 12.3^2}{2g}\right) = 10^3 g(3 + 16.75) = 193.6kPa$$

$$p_2A_2 - p_3A_3\cos 20^o - F_x = \rho Q(v_3\cos 20^o - v_2)$$

$$193.6 \times 10^3(\frac{\pi 0.1^2}{4}) - F_x = \rho Q(v_3\cos 20^o - 12.3)$$

$$F_x = 10^3(1.52 - 0.8) = 0.72kN$$

$$F_y = \rho Q(v_3\sin 20^o - 0) = 10^3 \times 0.97(21.\sin 20^o - 0) = 0.73kN$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + f_y^2} = \sqrt{(0.72^2 + 0.73^2)10^6} = 1.25kN, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = 45.4^o$$

3d-5. 図に示すように入口直径 $300mm$, 出口直径 $150mm$ の 45^o 曲管が水平に設置され，その中を水が $6m^3/s$ の割合で流れている．曲管の入口の平均圧力を $147.1kPa$ とするとき，この曲管に及ぼす水の力の大きさと方向を求めよ．ただし，曲管内の摩擦損失は無視する．(生井, 水力学演習,p99)

(解)

$$Q = \frac{6}{60} = 0.1m^3/s, \quad v_1 = \frac{0.1}{(\pi 0.3^2/4)} = 1.4m/s, \quad v_2 = 5.7m/s$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) = 10^3\{147.1 + \frac{1}{2}(1.4^2 - 5.7^2)\} = 131.8kPa$$

$$\rho Q v_1 + p_1(\frac{\pi d_1^2}{4}) = \rho Q v_2\cos 45^o + p_2(\frac{\pi d_2^2}{4})\cos 45^o + F_x$$

$$0 + 0 = \rho Q v_2 \sin 45^o + p_2(\frac{\pi d_2^2}{4})\sin 45^o + F_y$$

$$F_x = \rho Q(v_1 - v_2\cos 45^o) + p_1(\frac{\pi d_1^2}{4}) - p_2(\frac{\pi d_2^2}{4})\cos 45^o$$

$$= 10^3 \times 0.1(1.4 - 4.0) + 147.1 \times 10^3(\frac{\pi 0.3^2}{4}) - 131.8 \times 10^3(\frac{\pi 0.15^2}{4})\cos 45^o$$

$$= 10^3(-0.26 + 10.4 - 1.65) = 8.49kN$$

$$F_y = -10^3 \times 0.1 \times 4.0 - 131.8 \times 10^3(\frac{\pi 0.15^2}{4})\cos 45^o$$

$$= 10^3(-0.4 - 1.65 = -2.05kN$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{8.49^2 + 2.05^2} = 8.7kN, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = -13^o 34'$$

4d-6. 図に示すようなノズルが取り付けられており，これから水が噴出する場合，ノズルに作用する軸方向の力を求めよ．(古屋，流体工学, p226)

(解)

$$\begin{aligned}
&p_1A_1 + \rho Q v_1 = p_2 A_2 + \rho A v_2 + F_x \\
&F_x = p_1A_1 - p_2A_2 + \rho Q(v_1 - v_2) \\
&p_1 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + p_2, \quad Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \\
&F_x = \frac{\rho A_1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + p_2A_1 - p_2A_2 - \rho Q(v_2 - v_1) \\
&= p_2(A_1 - A_2) + \rho A_1(v_2 - v_1)\{\frac{1}{2}(v_2 + v_1) - v_1\} \\
&= p_2(A_1 - A_2) + \frac{\rho A_1}{2}(v_2 - v_1)^2 \\
&\text{If } p_1 \text{ is given;} \quad p_2 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) + p_1 \\
&F_x = p_1(A_1 - A_2) - \frac{\rho A_2}{2}(v_2 - v_1)^2 \\
&\text{If } p_1 \text{ is given and } p_2 = p_{atm}; \quad p_1 = p_{1gage} = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + p_1
\end{aligned}$$

3d-7. 内径の管の末端にあるノズルから直径 $5cm$ の水噴流が大気中に噴出している．じま管内の流速が $3m/s$ のとき，管壁の圧力（ゲージ）はいくらか．また流れがノズルに及ぼす力を求めよ．ただしエネルギ損失はないものとする．(妹尾，内部流れと流体機械, p31)

(解)

$$\begin{aligned}
&v_1 D_1^2 = v_2 d_2^2, \quad v_2 = (\frac{D}{d})^2 v_1 = 27m/s, \quad p_2 = p_{atm} = 0 \\
&p_1 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{10^3}{2}(27^2 - 3^2) = 360kPa \ (3.67kgf/cm^2) \\
&F = \rho Q(v_1 - v_2) + p_1(\frac{\pi D^2}{4}) \\
&F = 10^3(\frac{\pi 0.15^2}{4}) \times 3(3 - 27) + 360 \times 10^3(\frac{\pi 0.15^2}{4}) = 5.1kN(518.8kgf)
\end{aligned}$$

3d-8. 幅 B の二次元ダクトに図のような網が張ってある．上流では一様な流速 U であったが下流では中央の $b/2$ の幅では流速 u_2 は他の部分の流速 u_1 の 2 倍となった．流速 u_2, 網によって生じた静圧降下および網にかかる力を求めよ．(妹尾，内部流れと流体機械, p31)

(解)

$$\begin{aligned}
&u_o b = \frac{b}{2}u_1 + \frac{b}{2}u_2 = \frac{b}{4}u_2 + \frac{b}{2}j u_2 = \frac{3}{4}b u_2 \\
&u_2 = \frac{4}{3}u_o, \quad u_1 = \frac{1}{2}u_2 = \frac{2}{3}u_o \\
&\frac{\rho u_o^2}{2} + p_o = p_2 + \frac{\rho}{2}u_o(\frac{16}{9} - 1) = \frac{7}{9}(\frac{\rho}{2})u_o^2 \\
&\rho u_o^2 b + \Delta p = D + \frac{\rho}{2}b u_1^2 + \frac{\rho}{2}b u_2^2 + p_2 b \\
&D = \rho u_o^2(1 - \frac{2}{9} - \frac{8}{9}) + \Delta p b = -\frac{1}{9}\rho u_o^2 b + \Delta p b = \frac{5}{9}(\frac{\rho}{2}u_o^2 b) \\
&\text{For } p_2 = 0, \quad F_x = \frac{\rho}{2}A(v_2 - v_1)^2 = \frac{10^3}{2}(\frac{\pi 0.15^2}{4})(27 - 3)^2 = 5.09kN
\end{aligned}$$

3d-9. 直径 $300mm$ から $150mm$ にテーパのついた水平の円管内を水が流れている．直径 $300mm$ の入口における圧力が $270kPa$, 速度が $3m/s$ としたときの管軸方向の推力を求めよ．ただし摩擦損失はないものとする．(JF Douglas, p142)

(解)

$$
\begin{aligned}
&v_1 = 3m/s, \quad v_2 = (\frac{0.3}{0.15})^2 \times 3 = 12m/s \\
&p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) = 275 \times 10^3 + (\frac{10^3}{2})(9 - 144) = 207.5kPa \\
&P_x = (p_1 A_1 - p_2 A_2) + \rho A_1 v_1 (v_1 - v_2), \quad P_x = 13.87kN
\end{aligned}
$$

3d-10. 直径 $600mm$ の水平円管が 75゜ の同直径のベンドに連結されている．いま，入口圧力水頭高さが $30m$ で入口の水の流速が $3m/s$ のときベンドにかかる力を求めよ．(JF Douglas, p141)

(解)

$$
\begin{aligned}
P_x &= pA - pA\cos\theta + \rho Qv(1 - \cos\theta), \quad P_y = 0 - pA\sin\theta + 0 + \rho Qv\sin\theta \\
p &= \rho gh = 10^3 \times 30, \quad A = \frac{\pi 0.6^2}{4} = 0.283 \\
Q &= Av = 0.283 \times 3 = 0.84m^3/s \\
P_x &= 10^3 \times 0.283(1 - \cos 75^o) + 10^3 \times 0.848 \times 3(1 - \cos 75^o) \\
&= 10^3(61.73 + 1.88) = 63.6kN \\
P_y &= -10^3 g \times 30 \times 0.283 \sin 75^o - 10^3 \times 0.848 \times \sin 75^o \\
&= -10^3(80.44 + 2.45) = 82.8kN \\
P &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = 10^3 \times \sqrt{63.6^2 + 82.8^2} = 104.34kN \\
\alpha &= \tan^{-1}\frac{P_x}{P_y} = -52^o 30'
\end{aligned}
$$

3d-11. 図に示すように鉛直に設置された曲がり角度 130^o の狭まり曲がり円管内を流量 $0.4m^3/s$ の水が流れている．いま入口および出口の圧力をそれぞれ $150kPa$, $90kPa$ とする．また，曲がり円管内の断面 (1), (2) 間の容積を $0.2m^3$, 曲がり管の質量を $12kg$ としたときの曲がり円管内に及ぼす x および z 方向の分力を求めよ．(BR Munson, p298)

(解)

$$
\begin{aligned}
P_x &= \rho Q(v_1 - v_2\cos\theta) + p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos\theta \\
P_z &= \rho Q(0 - v_2 \sin\theta) + 0 - p_2 A_2 \sin\theta - (M + \rho V)g \\
v_1 &= \frac{0.4}{(\pi 0.4^2/4)} = 3.18m/s, \quad v_2 = \frac{0.4}{(\pi 0.2^2/4)} = 12.73m/s \\
P_x &= 10^3 \times 0.4\{3.18 - 12.73\cos(-135)\} + 150 \times 10^3(\frac{\pi}{4})0.4^2 - 90 \times 10^3(\frac{\pi}{4})0.2^2\cos(-135) \\
&= 10^3(4.86 + 20.83) = 25.7kN \\
P_z &= 10^3 \times 0.4 \times 8.98 - 90 \times 10^3(\frac{\pi}{4})0.2^2 \sin(-135) = (12 + 200)g \\
&= 10^3(3.59 + 1.99 - 2.08) = 3.5kN
\end{aligned}
$$

3d-12. 図に示すように $d = 25mm$, $\ell = 10m$ の市販鋼管の末端に $d_o = 10mm$ のノズルが取り付けられている．ノズルと水槽水面までの高さ $H = 5m$ であるとすれば，噴流の速度および上昇高さはいくらになるか．ただし，管入口部，曲がり部およびノズルの損失係数は，それぞれ 0.5, 0.2, 0.08 とし，管摩擦係数は 0.028 とする．(生井，水力学演習, p162)

(解)

$$
\begin{aligned}
H &= (\zeta_1+\zeta_b+\frac{\lambda\ell}{d})\frac{v^2}{2g}+(\zeta_n+1)\frac{v_o^2}{2g} \\
v &= (\frac{d_O}{d})^2\times v_o=(\frac{10}{25})^2\times v_o=0.16v_o \\
5 &= \{(11.9\times 0.16^2)+1.08)\}\frac{v_O^2}{2g}=\frac{1.39v_o^2}{2g} \\
v_o &= \sqrt{2\times g\times\frac{5}{1.43}}=8.4m/s,\quad v=1.34m/s \\
z &= \frac{v_O^2}{2g}=3.6m
\end{aligned}
$$

3d-13. 円管の速度分布が次式で示される場合の断面 (2) と (1) における運動量の比を求めよ．また，円管壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ．ただし， r は管中心からの距離, R は管の半径， u_1 は入口の一様速度 U は管中心における流速とする．

$$
u=U\{1-(\frac{r}{R})^2\}
$$

(解)

$$
\begin{aligned}
&M_1=\rho\pi R^2u_1^2 \\
&\pi R^2u_1=\int_0^R u2\pi rdr=\int_0^R U\{1-\frac{r^2}{R^2}\}2\pi rdr=U\frac{\pi R^2}{2},\quad U=2u_1 \\
&M_2=\int_0^R\rho\{2u_1(1-\frac{r^2}{R^2})\}^2 2\pi rdr=8\rho\pi R^2u_1^2(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2})=\frac{4}{3}\rho\pi R^2u_1^2 \\
&\frac{M_2}{M_1}=\frac{4}{3} \\
&-D_f+(p_1A-p_2A)=M_2-M_1 \\
&D_f=(p_1-p_2)\pi R^2-\frac{1}{3}\rho\pi R^2u_1
\end{aligned}
$$

3d-14. 図に示すタンク (1) のすべての寸法はタンク (2) のそれの倍である．ノズル直径がタンクの直径に比べて十分小さいとき，タンク (1) に作用する力とタンク (2) に作用する力の比を求めよ．ただし，ノズルの流量係数はとする．(菊山, 流体工学演習, p127)

(解)

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \sqrt{2gh_1} \\
F_1 &= \frac{\pi d_1^2}{4}\rho V_1^2=\frac{\pi d_1^2}{4}\rho(2gh_1),\quad F_2=\frac{\pi d_2^2}{4}\rho(2gh_2) \\
\frac{F_1}{F_2} &= 8
\end{aligned}
$$

3d-15. 図に示すように，相隣れる断面積 A および $3A$ なる平行ダクト内を流れる流体の体積流量をそれぞれ $2Q$ および $3Q$ とする．この二つの流れが断面積 $4A$ となるダクト内に合流してその流量が $5Q$ となった．流体を非圧縮性として合流開始断面の圧力 p_1 と，合流完了断面の圧力 p_2 との差 p_1-p_2 を求めよ．(2) 単位時間当りの全エネルギ損失を求めよ．ただし管摩擦損失は無視する．(池森, 水力学, p100)

(解)

$$
\rho(5Q)v_2-\rho(2Q)v_1-\rho(3Q)v_1'=(p_1-p_2)4A
$$

$$v_2 = \frac{5Q}{4A}, \quad v_1 = \frac{2Q}{A}, \quad v_1' = \frac{3Q}{3A}$$
$$p_2 - p_1 = \frac{3}{16}\rho(\frac{Q}{A})^2$$

3d-16. 直径 D なる円管の内部に直径から高速の流体を噴出させ，断面 (1) では図のような速度分布になった．混合により断面 (2) では一様速度となった．断面 (1), (2) 間の圧力差を求めよ．ただし流体は非圧縮性とし，壁面抵抗は無視するものとする．(豊倉, 流体力学, p76)

(解)

$$\rho\{\frac{\pi D^2}{4}v_2^2 - \frac{\pi d^2}{4}v_o^2 - \frac{\pi}{4}(D^2-d^2)v_1^2\} = (p_1-p_2)\frac{\pi D^2}{4}$$
$$\rho\left\{v_2^2 - (\frac{d}{D})^2 v_o^2 - \{1-(\frac{d}{D})^2\right\} v_1^2 = (p_1-p_2)$$
$$\frac{\pi D^2}{4}v_2 = \frac{\pi d^2}{4}v_o + \frac{\pi}{4}(D^2-d^2)v_1$$
$$v_2 = (\frac{d}{D})^2 v_o + \{1-(\frac{d}{D})^2\}v_1$$
$$v_2^2 = (\frac{d}{D})^4 v_o^2 + \{1-(\frac{d}{D})^2\}^2 v_1^2 + 2(\frac{d}{D})^2\{1-(\frac{d}{D})^2\}v_0 v_1$$
$$p_2 - p_1 = \rho\frac{d^2}{D^4}(D^2-d^2)(v_o-v_1)^2 > 0$$

3d-17. 図に示すように幅 b の水平な流路内を密度 ρ の流体が流れている．断面では圧力は流速は中央の $b/2$ の幅では u_1 で他の部分では $u_1/3$ である．この流れを格子 S で整流し，断面 (2) では圧力 p_2 で一様な速度分布にすることができた．壁面における流体摩擦は無視できるものとして，次の問に答えよ．(1) 断面 (2) における流速を求めよ．(2) 流れに坑して，格子 S を保持するに要する力を求めよ．断面 (1) と (2) の間で消費される単位時間あたりのエネルギー E を求めよ．(九大, 55 専門 II-2)

(解)

$$(1)\ u_2 b = \frac{b}{2}u_1 + \frac{b}{2}\frac{u_1}{3} = \frac{b}{2}\frac{4u_1}{3} = \frac{2}{3}bu_1, \quad u_2 = \frac{2}{3}ju_1$$
$$(2)\ \rho b\frac{4}{9}u_1^2 + p_2 b = \rho\frac{b}{2}u_1^2 + \rho\frac{b}{2}u_1^2 + \rho\frac{b}{2}\frac{u_1^2}{9} + p_1 b + D$$
$$D = -\frac{1}{9}\rho b u_1^2 + (p_2-p_1)b$$
$$(3)\ \{(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g}) - (\frac{p_2}{\rho g} + \frac{4}{9}\frac{u_1^2}{2g}\}\frac{\rho g u_1 b}{2}$$
$$\{(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{9}\frac{u_1^2}{2g}) - (\frac{p_2}{\rho g} + \frac{4}{9}\frac{u_1^2}{2g}\}\frac{\rho g u_1 b}{6}$$
$$E = \frac{p_1-p_2}{\rho g}\rho g u_1 b(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}) + \frac{u_1^2}{2g}(\rho g u_1 b)(\frac{1}{2} - \frac{2}{9} + \frac{1}{54} - \frac{2}{27})$$
$$E = \frac{2}{3}(p_1-p_2)u_1 b + \frac{1}{9}\rho u_1^3 b$$

3d-18. 円管の速度分布が次式で示される場合の断面における運動量および運動量の修正係数を求めよ．また，入口で一様な速度分布をなすときの運動量との差および壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ．

$$u = U(1-\frac{r^2}{R^2})$$

(解)

$$\begin{aligned}
M &= \int_0^R \rho(2\pi r dr u)u = 2\pi\rho\int_0^R u^2 r dr \\
&= 2\pi r\int_0^R U(1+\frac{r^4}{R^4}-2\frac{r^2}{R^2})rdr \\
&= 2\pi r\rho U^2(\frac{R^2}{2}+\frac{R^2}{6}-\frac{R^2}{2}) = \frac{1}{3}\rho\pi R^2U^2 \\
&= \frac{1}{12}\rho\pi d^2U^2 = \frac{1}{3}\rho\pi d^2u_m^2\ (u_m=\frac{U}{2}) \\
\beta\rho\frac{\pi d^2}{4}u_m^2 &= \frac{1}{3}\rho\pi d^2u_m^2, \quad \beta=\frac{4}{3} \\
M_2-M_1 &= \frac{1}{3}\rho\pi d^2u_m^2-\rho\frac{\pi d^2}{4}u_m^2 = \frac{1}{12}\rho\pi d^2u_m^2 = \frac{1}{48}\rho\pi d^2U^2 \\
M_1+p_1A &= M_2+p_2A+F, \quad F=(M_1-M_2)+(p_1-p_2)A \\
F &= \frac{\pi d^2}{4}(p_1-p_2)-\frac{1}{12}\rho\pi d^2u_m^2 = \frac{\pi d^2}{4}(p_1-p_2)-\frac{1}{48}\rho\pi d^2U^2
\end{aligned}$$

3d-19. 円管内の速度分布が次式で与えられる場合，断面内における運動量の修正係数を求めよ．ここに y は管壁からの距離, R は管の半径 U は管中心における流速とする．(生井，流れの力学, p82)

$$\frac{u}{U}=(\frac{y}{R})^{1/7}$$

(解)

$$\pi R^2u_m = 2\pi\int_0^R rudr, \quad Let\ r=R-y$$

$$\pi R^2u_m = 2\pi U\int_0^R (R-y)(\frac{y}{R})^{1/7}dy = \frac{98}{120}\pi R^2U$$

$$u_m=\frac{98}{120}U, \quad \frac{u}{u_m}=(\frac{120}{98})(\frac{y}{R})^{1/7}$$

$$\beta\pi R^2u_m^2 = 2\pi u_m^2\int_0^R r(\frac{120}{98})^2(\frac{y}{R})^{22/7}dr$$

$$\beta = 2(\frac{120}{98})^2\frac{1}{R^2}\int_0^R (R-y)(\frac{y}{R})^{2/7}dy = 2(\frac{120}{98})^2\frac{1}{R^2}R^2(\frac{7}{9}-\frac{7}{16})$$

$$2(\frac{120}{98})^2\frac{49}{144}=1.02$$

3d-20. 乱流の管内の速度分布が次式で与えられるとき，運動エネルギーの修正係数および運動量の修正係数を求めよ．(Pao, p250)

$$u=U(1-\frac{r}{R})^{1/n}$$

(解)

$$u=U(1-\frac{r}{R})^{1/n}, \quad \alpha=\frac{1}{AV^3}\int_A u^3dA$$

$$\int_A u^3dA = 2\pi U^3\int_0^R(1-\frac{r}{R})^{3/n}rdr, \quad 1-\frac{r}{R}=t, \quad -dr=Rdt$$

$$-2\pi R^2U^3\int_1^0 t^{3/n}(1-t)dt = 2\pi R^2U^3\frac{n^2}{(n+1)(2n+3)}$$

$$
\begin{aligned}
&\alpha = \frac{(n+1)^3(2n+1)^3}{4n^4(n+3)(2n+3)}, \quad \frac{V}{U} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \\
&\beta = \frac{1}{AV^2}\int_A u^2 dA, \quad \int_A u^2 dA = 2\pi U^2 \int_0^R (1-\frac{r}{R})^{2/n} r dr \\
&-2\pi R^2 U^2 \int_1^0 t^{2/n}(1-t)dt = 2\pi R = 2U^2 \frac{n^2}{(n+2)(2n+2)} \\
&\beta = \frac{(n+1)^2(2n+1)^2}{2n^2(n+2)(2n+2)} \\
&For\ n = 7:\ \alpha = 1.06,\ \beta = 1.02
\end{aligned}
$$

3d-24. 図に示すような水平な二次元流路がある．断面 (1) の上半分の流速の 1/3 である．断面 (2) では流速は一様である．いま各断面内での圧力は一定として断面 (1), (2) 間の圧力上昇を求めよ．(村田，水力学, p32)

(解)

$$
\begin{aligned}
&\rho v_1 \frac{A}{2} + \rho v_2 \frac{A}{2} = \rho v A, \quad v_2 = \frac{1}{3}v_1 \\
&v = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{2}{3}v_1 \\
&M_1 = \rho v_1^2 \frac{A}{2} + \rho v_2^2 \frac{A}{2} = \rho v_1^2 \frac{A}{2}\frac{10}{9} \\
&M_2 = \rho v^2 A = \rho v_1^2 A(\frac{4}{9}) \\
&\Delta p = M_1 - M_2 = \rho v_1^2 A(\frac{10}{18} - \frac{4}{9}) = \frac{1}{9}(\rho v_1)
\end{aligned}
$$

3d-25. 水槽の液面から深さのあ側壁面に，直径 D の穴があけられている．この穴から吹き出す噴流の直径 d を求めよ．またこの水槽が台車に乗っているとすれば，台車を停止させるに必要な力はいくらか．(妹尾，内部流れと流体機械, p30)

(解)

$$
\begin{aligned}
&p_1 A + \rho v_1 A = p_2 A' + \rho V_2^2 A' \\
&p_1 A = \rho V_2^2 A', \quad \rho g h A = 2\rho g h A' \\
&\frac{A'}{A} = \frac{1}{2}, \quad \frac{d}{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\
&-F = \rho v_2^2 A' - p_1 A = \rho g h A' - \rho g h A = \rho g h A' \\
&= \rho g h(\frac{\pi d^2}{4}) = \rho g h(\frac{\rho D^2}{8})
\end{aligned}
$$

3d-26. 図に示すようにジェットポンプが流速 $30m/s$ の噴流で速度 $3m/s$ の二次元流れの中に噴出している．管路の全断面積は $750cm^2$ で，水は混合されて一様な速度で流出している．断面 (1), (2) 間の圧力差を求めよ．ただし，噴流と二次元流れの圧力は同一とし，摩擦損失ないものとする．(生井, 水力学演習, p114)

(解)

$$
\begin{aligned}
&\rho v_j A_j + \rho v_s A_s = \rho v_2 A \\
&v_2 = \frac{A_j}{A}v_j + \frac{A_s}{A}v_s = \frac{100}{750}\times 30 + \frac{650}{750}\times 3 = 6.6m/s \\
&\rho v_j^2 A_j + k\rho v_s^2 A_s + p_1 A = \rho v_2^2 A + p_2 A \\
&p_2 - p_1 = (\frac{1}{A}\rho)(v_j^2 A_j + v_s^2 A_s - p_2 A)
\end{aligned}
$$

$$= \frac{10^3}{750}(30^2 \times 100 + 3^2 \times 650 - 6.6^2 \times 750) = 84.2kPa$$

3d-27. 図のような台車の上に，断面積 $6cm^2$ のノズルをもった水槽と $\beta = 60^o$ の方向を変える曲面板が取り付けられている．水槽には水が補給されて，水位は一定であり，噴流の速度は $10m/s$ である．この台車を静止させるために綱 AB を張るるとすれば，綱に作用する張力はいくらか．(生井, 水力学演習, p114)

(解)

$$\begin{aligned}
F_1 &= \rho QV = 10^3 \times 6^{-4} \times 10^2 = 60N \\
F_2 &= \rho QV(1 - \cos 60^o) = 10^3 \times 6 \times 10^{-4} \times 10^{-4} \times 10^3 = 30N \\
F &= F_1 + F_2 = 60 - 30 = 30N
\end{aligned}$$

3d-28. 図に示すように，水平に置かれた入口内径 $300mm$, 出口内径 $200mm$ の 60^o の曲管の中を水が $200\ell/s$ で流れている．いま入口での圧力が $150kPa$ のとき，水が曲管に及ぼす力の大きさと方向を求めよ．(宮井，水力学, p62)

(解)

$$200 \times 10^{-3} = \frac{\pi 0.3^2}{4} v_1 = \frac{\pi 0.2^2}{4}$$

$$v_1 = 2.83m/s, \quad v_2 = 6.37m/s$$

$$p_2 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) + p_1$$

$$p_2 = \frac{10^3}{2}(2.83^2 - 6.37^2) + 150 \times 10^3 = 134kPa$$

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 120^o$$

$$F_x = 10^3 \times 200 \times 10^{-3}(2.83 - 6.37\cos 120^o)$$

$$+ (\frac{\pi 0.3^2}{4})150 \times 10^3 - (\frac{\pi 0.2^2}{4})134 \times 10^3 \times \cos 120^o = 13.9kN$$

$$F_y = 10^3 \times 200 \times 10^{-3}(-6.37\sin 120^o)$$

$$- (\frac{\pi 0.2^2}{4})134 \times 10^3 \times \sin 120^o = -4.75kN$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{13.9^2 + (-4.75)^2} = 14.7kN$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_x}{F_y} = -\tan^{-1}\frac{4.75}{13.9} = -18.9^o$$

3d-29. 消防用ノズルから水が流量 $200\ell/s$ で噴出している．ノズル内の流動抵抗を無視するとき，(1) ノズル入口の圧力を求めよ．(2) ノズルとホースの連結フランジにかかる力を求めよ．(村上，流体機械演習, -72)

(解)

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

$$v_1 = \frac{20 \times 10^{-3}}{(\pi 0.08^2/4)} = 3.97m/s, \quad v_2 = 40.7m/s$$

$$p_1 A_1 + \rho Q v_1 = \rho Q v_2 + F, \quad F = p_1 A_1 + \rho Q(v_1 - v_2)$$

$$p_1 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2), \quad p_1 = \frac{10^3}{2}(40.7^2 - 3.97^2) = 0.82MPa$$

$$F = (\frac{\pi 0.08^2}{4})0.08 \times 10^6 + 10^3 \times 20 \times 10^{-3}(3.97 - 40.7) = 3.39kN$$

3d-30. プロペラの動力および効率を求めよ．(Streeter, p107; Pao, p129)
(解)

$$F = \rho Q(v_j - v) = \Delta pA$$
$$p_o + \frac{\rho v_o^2}{2} + \Delta p = p_o + \frac{\rho v_j^2}{2}$$
$$v' = \frac{Q}{A} = \frac{v + v_j}{2}, \quad Q = \frac{v + v_j}{2}A$$
$$P = Fv = \rho Q(v_j - v)v$$
$$P_o = \frac{\rho Q}{2}(v_j^2 - v^2) = \rho Q(v_j - v)v + \frac{\rho Q}{2}(v_j - v)^2$$
$$\eta = \frac{P}{P_o} = \frac{2v}{v_j + v} = \frac{v'}{v}$$

3d-30. 風車の動力および効率を求めよ．(生井, 水力学演習, p109)
(解)

$$F = \rho Q(v_j - v) = \Delta pA$$
$$p_o + \frac{\rho v_2}{2} = \Delta p + p_o + \frac{\rho v_j^2}{2}$$
$$\Delta p = \frac{\rho}{2}(v^2 - v_j^2)$$
$$v' = \frac{Q}{A} = \frac{v + v_j}{2}, \quad Q = \rho Av' = \frac{v + v_j}{2}A$$
$$P = Fv = \rho Q(v - v_j)v' = \frac{\rho}{4}A(v - v_j)(v + v_j)^2$$
$$P_o = \rho Q\frac{v^2}{2} = \frac{\rho}{2}Av^3$$
$$\eta = \frac{P}{P_o} = \frac{(v - v_j)(v + v_j)^2}{2v^3}$$
$$\frac{d\eta}{dv_j} = \frac{1}{2v^3}(v^2 - 2vv_j - 3v_j^2) = \frac{1}{2v^3}(v + v_j)(v - 3v_j) = 0$$
$$\frac{v_j}{v} = \frac{1}{3}, \quad \eta_{max} = \frac{16}{27}$$

3d-30. 風車の動力および効率を求めよ．(生井, 水力学演習, p109)
(解)

$$F = \rho Q(v_4 - v_1) = (p_3 - p_2)A$$
$$Q = Av, \quad \rho v(v_4 - v_1) = p_3 - p_2$$
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad p_3 + \frac{\rho v_3^2}{2} = p_4 + \frac{\rho v_4^2}{2}$$
$$p_3 - p_2 = \frac{\rho}{2}(v_4^2 - v_1^2), \quad v = \frac{v_1 + v_4}{2}$$
$$P_{out} = Fv_1 = \rho Q(v_4 - v_1)v_1$$
$$P_{in} = \frac{\rho Q}{2}(v_4^2 - v_1^2) = \rho Q(v_4 - v_1)v_1 + \frac{\rho Q}{2}(v_4 - v_1)^2$$
$$\eta = \frac{2v_1}{v_4 + v_1} = \frac{v_1}{v}, \quad \eta = \frac{v_1}{v_1 + \Delta v/2} = \frac{1}{1 + \Delta v/2v_1}, \quad \Delta v = v_4 - v_1$$

3d-31. 図に示すようなスプリンクラー (sprinkler) において直径 $12mm$ の両端ノズルから相対速度 $8m/s$ の水が噴出しているとき，腕の回転を止めるに必要なトルクおよび定常回転

数を求めよ．ただし， $r = 40cm$, $\beta = 30^o$ で，回転の際の摩擦は無視擦る．(生井, 水力学演習, p111)

(解)

$$
\begin{aligned}
&Q = \frac{\pi d^2 w}{4}, \quad F_t = \rho Q w \cos\beta \\
&T = 2F_t r = 2\rho Q w \cos\beta r = 2\rho(\frac{\pi d^2}{4})w^2 \cos\beta r \\
&= 2 \times 10^3(\frac{\pi 0.012^2}{4}) \times 8 \times \cos 30^o \times 0.40 = 5.01N \cdot m(0.511kgf \cdot m) \\
&T = 2\rho Q(w\cos\beta - u)r = 0, \quad u = w\cos\beta = r\omega \\
&\omega = \frac{w\cos\beta}{r} = 8(\frac{\cos 30^o}{0.40}) = 17.3rad/s \\
&n = 60(\frac{\omega}{2\pi}) = \frac{60 \times 17.3}{2\pi} = 165rpm
\end{aligned}
$$

3d-32. ウオータジェット船が $36km/h$ で進んでいる．この船は船底から水を取入れ，船尾より水を後方に噴出させながら推力を得ている．この船に対する噴流の相対速度は $72km/h$, 流量は $3.0m^3/s$ である．このとき，この船の得ている推力を求めよ．また，このときには船の推進効率が，最大になていることを証明せよ．(宮井，水力学, p6)

(解)

$$
\begin{aligned}
&v_1 = \frac{72 \times 10^3}{3600} = 20m/s, \quad v_2 = \frac{36 \times 10^3}{3600} = 10m/s \\
&v = v_1 - v_2 = 20 - 10 = 10m/s \\
&F = \rho Q v = 10^3 \times 3.0 \times 10 = 30.0kN, \quad L = Fv_2 = \rho Q v v_2^{\rho} Q(v_1 - v_2)v_2 \\
&\eta = \frac{L}{E} = \frac{\rho Q(v_1 - v_2)v_2}{(1/2)\rho Q v_1^2} = 2\frac{v_2}{v_1}(1 - \frac{v_2}{v_1}) \\
&\eta_{max} = 0.5 \ at \ \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \\
&\frac{v_2}{v_1} = \frac{20}{10} = \frac{1}{2}, \quad \eta = \eta_{max}
\end{aligned}
$$