5-1. 直径 $10cm$，全長 $1km$ の円管内を毎秒 $20l$ の水が流れるときの摩擦損失水頭を求めよ．ただし管摩擦係数は 0.03 とする．

（解）

$$d = 10cm, \quad l = 1,000m, \quad Q = 20 \times 10^{-3}/s, \quad \lambda = 0.03$$

$$v = \frac{20 \times 10^{-3}}{\pi 0.1^2/4} = 2.55, \quad h_l = 0.03 \frac{1,000}{0.1} \frac{2.55^2}{2g} = 99.5m$$

5-2. 内径 $50mm$ の滑かな円管内を動粘性係数 $10^{-5}m^2/s$ の油が毎分 $30l$ 送られているとき，管長 $20m$ における摩擦損失水頭を求めよ．

（解）

$$d = 0.05m, \nu = 10^{-5}m^2/s, \quad Q = \frac{30 \times 10^{-3}}{60} m^3/s, \quad l = 20m$$

$$v = \frac{30 \times 10^{-3}/60}{\pi 0.05^2/4} = 0.25m/s, \quad R_e = \frac{0.05 \times 0.25}{10^{-5}} = 1,250, \quad \lambda = 0.053$$

$$h_l = 0.053 \frac{20}{0.05} \frac{0.25^2}{2g} = 6.76cm$$

5.4. 長方形断面の管内を油が毎分 $(7.5cm \times 3cm)$ 流れている．管長あたりの損失水頭を求めよ．

（解）

$$a = 7.5cm, \quad b = 3cm, \quad \nu = 2 \times 10^{-5}m^2/s, \quad l = 1m$$

$$Q = \frac{50 \times 10^{-3}}{60} m^3/s, \quad v = \frac{50 \times 10^{-3}}{0.075 \times 0.03 \times 60} = 0.37m/s$$

$$m = \frac{0.075 \times 0.03}{2(0.075 + 0.03)} = 0.0107, \quad 4m = 0.0429$$

$$R_e = \frac{0.0429 \times 0.37}{2 \times 10^{-5}} = 793.65, \quad \lambda = \frac{64}{R_e} = 0.0806$$

$$h_l = 0.0806 (\frac{1}{0.0428}) \frac{0.37^2}{2g} = 0.013m$$

5-6. 摩擦損失のある円管内の流れにおいて，流量は管内径 5/2 乗に比例することを示せ．

（解）

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} (\frac{Q}{\pi d^2/4})^2 = C \frac{Q^2}{d^5}, \quad Q \propto d^{5/2}$$

5-7. 滑らかな壁面をもつ円管と正方形断面の管が同一の管断面積，圧力勾配であるとき，流量を求めよ．

（解）

$$\frac{h}{l} = \lambda_1 \frac{1}{d} \frac{1}{2g} (\frac{Q_1}{A})^2, \quad \frac{h}{l} = \lambda_2 \frac{1}{4m} \frac{1}{2g} (\frac{Q_2}{A})^2$$

$$m = \frac{a^2 \frac{a}{4}}{4a}, \quad \frac{\pi d^2}{4} = a^2, \quad \frac{d}{a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = (\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{2}{\sqrt{\pi}})^{1/2}$$

5-7-2. 同じ断面積，同じ長さを持つ円管 $a \times 2a$ とよりなる長方形断面の管を流れる乱流において，管摩擦損失水頭が等しければ流量比は幾らにらるか．だだし，両管の管摩擦係数は等しいものとする．

（解）

$$h_1 = \lambda\frac{l}{d}\frac{v_1^2}{2g}, \quad h_2 = \lambda\frac{l}{4m}\frac{v_2^2}{2g},$$

$$m = \frac{1}{3}a, \quad 4m = \frac{4}{3}a, \quad \frac{\pi d^2}{4} = 2a^2$$

$$\frac{a}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{8}}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Av_2}{Av_1} = (\frac{4m}{d})^{1/2} = (\frac{4a}{3d})^{1/2} = [\frac{4}{3}(\frac{\pi}{8})^{1/2}]^{1/2} = 0.914$$

5-7-3. 同じ断面積，同じ長さを持つ円管と正三角形断面の管を流れる乱流において，管摩擦損失水頭が等しければ流量比は幾らにらるか．だだし，両管の管摩擦係数は等しいものとする．

（解）

$$h_1 = \lambda\frac{l}{d}\frac{v_1^2}{2g}, \quad h_2 = \lambda\frac{l}{4m}\frac{v_2^2}{2g},$$

$$m = \frac{\sqrt{3}}{12}a, \quad 4m = \frac{\sqrt{3}}{3}a, \quad \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\frac{a}{d} = (\frac{\pi}{\sqrt{3}})^{1/2}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Av_2}{Av_1} = (\frac{4m}{d})^{1/2} = (\frac{a}{\sqrt{3}d})^{1/2} = [\frac{1}{\sqrt{3}d}(\frac{\pi}{\sqrt{3}})^{1/2}]^{1/2} = 0.882$$

5-8. 直径 $30mm$ の円管が直径 $60mm$ の円管に直結して急な広がり流れを生じている．流量 $Q = 50l/min$ のとき急拡大損失ヘッドを求めよ．

（解）

$$v_1 = \frac{50 \times 10^{-3}}{60 \times \pi(0.03)^2/4} = 1.18m/s, \quad v_2 = \frac{50 \times 10^{-3}}{60 \times \pi(0.06)^2/4} = 0.29m/s,$$

$$h_l = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{(1.117 - 0.2947)^2)}{2g} = 0.04m$$

5-9. 図 $5-4$ の水平におかれた急拡大管内の水流において断面 (1) の圧力が $98kPa$, 速度が $5m/s$, 断面積が $0.16m^2$, 断面 (2) の断面積が $0.48m^2$ なるとき断面 (2) の圧力を求めよ．ただし管摩擦損失は無視する．

（解）

$$v_1 = 5m/s, \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 1.67m/s$$

$$h_l = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}, \quad h_l = (\frac{v_1 - v_2}{2g})^2$$

$$p_1 - p_2 = \rho v_2 (v_2 - v_1) = 10^3 \times 1.67(1.67 - 5) = -5.56 \times 10^3$$

$$p_2 = (98 + 5.56) \times 10^3 = 103.56kPa$$

5-10. 直径 $50mm$ の円管を広がり角度 10^o にて直径 $100mm$ の円管に接続する．流量が $200l/min$ のとき広がり損失ヘッドおよび圧力回復率を求めよ．

（解）

$$Q = \frac{0.2}{60} = 0.0033m^3/s, \quad \frac{A_2}{A_1} = (\frac{100}{50})^2, \quad \zeta = 0.18(Fig.5.9)$$

$$\eta = 1 - 0.18(1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = 1 - 0.18(\frac{3}{5}) = 0.89$$

$$v_1 = (\frac{0.0033}{\pi 0.05^2/4}) = 1.69m/s, \quad v_2 = \frac{1}{4} v_1 = 0.42m/s$$

$$h = 0.18 \times \frac{(1.69 - 0.42)^2}{2g} = 0.018m$$

5-13. 2 個の水槽間に内径 d, 管長 l, 管摩擦係数 λ の円管を並列に連結させて送水している．各管の流量は等しく Q_1 4 本の管の総流量は $4Q_1$ である．もし λ が同一で管長 l はかえず 1 本の管を使用して同一流量 $4Q_1$ を送るには，管径をいくらにしたらよいか．

（解）

$$H = \frac{v_1^2}{2g}(1 + \frac{\lambda l}{d}) = \frac{1}{2g}(\frac{Q_1}{\pi d^2/4})^2(1 + \frac{\lambda l}{d})$$

$$= \frac{1}{2g}(\frac{4Q_1}{\pi D^2/4})^2(1 + \frac{\lambda l}{D})$$

$$D = 1.74(\frac{D + \lambda l}{d + \lambda l})^{1/5} d$$

If no outlet losses, D=1.74d

5-14. 断面積がそれぞれ A_1 お よび A_2 である 2 個の水槽が，図のように水平な円管で接続している．円管の直径 d, 管長 l, 管摩擦係数 λ， 入口損失係数 ζ とするとき，水槽の水面が H_1 から H_2 になるまでの所要時間を求めよ．

（解）

$$H = \frac{v^2}{2g}(1 + \zeta + \lambda l/d), \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta + \lambda l/d}}$$

$$Qdt = -A_1 dy_1 = A_2 dy_2$$

$$H = y_1 - y_2, \quad dH = dy_1 - dy_2$$

$$dH = dy_1(1+\frac{A_1}{A_2}) = dy_1(\frac{A_1+A_2}{A_2}), \quad -A_1 dy_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 v dt$$

$$dt = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{1+\zeta+\lambda l/d}{2g}}H^{-1/2}dH$$

$$T = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{1+\zeta+\lambda l/d}{2g}}\int_{H_1}^{H_2} H^{-1/2}dH$$

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{1+\zeta+\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

For frictional losses only,

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

5-14-2. いま， $H_1 = 1.8m$, $A_1 = 8.4m^2$, $A_2 = 4.6m^2$ なる 2 水槽間を直径 $25mm$, 長さ $150m$ を通して流量 $2.8m^3$ の送水をするための時間を求めよ．ただし管路内の損失は摩擦損失のみとしその係数は 0.04 とする．(JF Douglas, p232)

（解）

$$H_1 = 1.8m, \quad H_2 = H_1 - \frac{2.8}{8.4} - \frac{2.8}{4.6} = 0.857m$$

$$H = \frac{v^2}{2g}(\lambda l/d), \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda l/d}}$$

$$Qdt = -A_1dy_1 = A_2dy_2$$

$$H = y_1 - y_2, \quad dH = dy_1 - dy_2$$

$$dH = dy_1(1+\frac{A_1}{A_2}) = dy_1(\frac{A_1+A_2}{A_2}), \quad -A_1 dy_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 v dt$$

$$dt = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}H^{-1/2}dH$$

$$T = -\frac{4A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}\int_{H_1}^{H_2} H^{-1/2}dH$$

$$T = \frac{8A_1A_2}{\pi d^2(A_1+A_2)}\sqrt{\frac{\lambda l/d}{2g}}(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})$$

$$T = \frac{8\times 8.4\times 4.6}{\pi 0.025^2(8.4+9.6)}\sqrt{\frac{0.04\times 150}{2g\times 0.025}}(1.8^{1/2}-0.875^{1/2})$$

$$= 12150\times\sqrt{12.25}\times(1.344-0.925) = 17750s = 4h55min50s$$

5-14-3. 図のような 2 つの水槽がある． A の水を面積 $100cm^2$ の孔 C を通して B へ流入させる．初め $H_1 = 5m$, $H_2 = 2m$ とすれば水面の高さが同じになるのは何秒か． A, B の断面積はともに $5m^2$ とする． (豊倉，流体力学， p75)

(解)

$$\frac{p_a}{\rho g}+H_1=\frac{v_c}{2g}+z_1+\frac{p_c}{\rho g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g}=\frac{p_a}{\rho g}+H_2-z_1$$

$$v_c=\sqrt{2gh},\quad h=H_1-H_2$$

$$-dH_1A=v_cadt=\sqrt{2gh}adt$$

$$-\frac{dH_1}{dt}=\frac{2a}{A}\sqrt{2gh},\quad \frac{dH_2}{dt}=\frac{a}{A}\sqrt{2gh},\quad A=B$$

$$-\frac{dh}{dt}=\frac{a}{A}\sqrt{2gh},\quad T=\int dt=-\frac{A}{2a\sqrt{2g}}\int_{h_0}^{0}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

$$T=\frac{A}{2a\sqrt{2g}}2h_0^{1/2}=\frac{5\times 2\times 3^{1/2}}{2\times 0.01\sqrt{2g}}=195.6s$$

5-15. 図に示す管路を流れる動粘性係数 10^{-5} の液体の流量を求めよ．ただし管路 (1) の長さ $300mm$, 直径 $600mm$, 管路の粗さ $1.5mm$, 入口損失係数 0.5, 管路 (2) の長さ $240mm$， 直径 $900mm$， 粗さ $0.3mm$ とする．

(解)

$$Assume:\ \lambda_1=0.025,\quad \lambda_2=0.015$$

$$h_l=\lambda\frac{l}{d}\frac{v_1^2}{2g}+\zeta\frac{v_1^2}{2g}+(1-\frac{A_1}{A_2})^2\frac{v_1^2}{2g}+(\frac{d_1}{d_2})^2\frac{v_1^2}{2g},\quad v_1d_1^2=v_2d_2^2$$

$$6=[0.025(\frac{300}{0.6})+0.5+(1-(\frac{0.6}{0.9})^2)^2+0.015(\frac{240}{0.9})^2+(\frac{0.6}{0.9})^2]\frac{v_1^2}{2g}$$

$$=(12.5+0.5*0.31+1.78+0.44)\frac{v_1^2}{2g}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2g\times 6}{15.54}}=2.75m/s\quad v_2=1.22m/s$$

$$R_{e1}=\frac{2.75\times 0.6}{10^{-5}}=1.65\times 10^5,\quad \frac{k}{d_1}=0.0025,\quad \lambda_1'=0.025$$

$$R_{e2}=\frac{1.22\times 0.91}{10^{-5}}=1.098\times 10^5,\quad \frac{k}{d_2}=0.019,\quad \lambda_1'=0.019$$

$$6=16.0(\frac{v_1^2}{2g}),\quad v_1=2.71m/s,\quad v_2=1.22m/s$$

$$\lambda_1=0.025,\quad \lambda_2=0.019$$

$$Q=A_1v_1=\frac{\pi 0.6^2}{4}\times 2.57=0.78m^3/s$$

5-17. 図に示すようなポンプを含む管路がある．ポンプの吸い込み側タンクは密閉され圧力 35kPa の圧力が水面に作用しており，その水面はポンプ軸心より 4.5m 下に位置している．ポ

ンプの水に与える動力が 1.5kw であるとき，流量およびポンプの吸い込み側の圧力を求めよ．ただし摩擦損失以外の損失は無視する．

（解）

$$\frac{p_{1g}}{\rho g} + z_1 + H_p - h_l = z_2 + \frac{p_a}{\rho g}$$

$$H_2 = z_1 - z_2, \quad p_1 = p_{1g} - p_a$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + H_2 + \frac{L}{\rho g Q} = h_l, \quad h_l = \Sigma\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{35\times10^3}{10^3 g} + 3 + \frac{1.5\times10^3}{10^3 gQ} = 5.35\frac{v_1^2}{2g}, \quad Q = \frac{\pi d_1^2}{4}v_1$$

$$0.27v_1^3 - 6.57v_1 - 8.66 = 0, \quad v_1 = 5.49m/s$$

$$Q = \frac{\pi 0.15^2}{4}\times 5.49 = 0.097m^3/s$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g} + H_1 + \lambda_1\frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g}$$

$$p_s = 35\times10^3 - 4.5\times10^3 - 0.025(\frac{15}{0.15})\frac{10^3\times5.49^2}{2} = -46.8kPa$$