4c-1. 水槽 A の水を利用して水槽 B の水を吸い上げて排水したい．各部の断面積, 速度を図のようにとるとき，(1) 最小断面圧力が大気圧より低いための条件，(2) 水槽の水を吸い上げるための条件を求めよ．ただし， $A_e << A_o$, $A_a << A_o$ とし， A よりの流量に比べ B よりの流量は小さいとする．(西山，流体力学, p47)

（解）

$$\frac{v_o^2}{2g} + \frac{p_a}{\rho g} + h_e = \frac{v_e^2}{2g} + \frac{p_e}{\rho g}$$

$$v_e A_e = v_a A_a, \quad v_e = (\frac{A_a}{A_e}) v_a = \frac{A_a}{A_e}\sqrt{2gh}$$

$$\frac{p_a - p_e}{\rho g} = \frac{v_e^2}{2g} - h_e = (\frac{A_a}{A_e})^2 h - h_e$$

$$p_a - p_e > 0, \quad h_e < (\frac{A_a}{A_e}^2 h, \quad \frac{A_a}{A_e} > \sqrt{\frac{h_e}{h}}$$

$$h_s < \frac{p_a - p_e}{\rho g}, \quad h_s + h_e < (\frac{A_a}{A_e})^2 h, \quad \frac{A_a}{A_e} > \sqrt{\frac{h_s + h_e}{h}}$$

4c-2. 十分に長い，直径 $3mm$ の電線が風速 $15m/s$ の気流中に，流れ方向に垂直に置かれている．このときの音の周波数を求めよ．ただし， $St = fd/U = 0.202$ とする．(池森, 水力学, p296-2)

（解）

$$f = \frac{0.202 \times 15}{3 \times 10^{-3}} = 1.01 \times 10^3 Hz$$

4c-3. 図に示すタンクに水が満たされている．オリフィスから垂直下流 $2m$ のところでピトー管で動圧を測定したところ水柱で $5m$ あった．流量 $18\ell/s$ をとしてオリフィスの流量係数および速度係数を求めよ．(村田, 水力学, p124)

（解）

$$\frac{V^2}{2g} + h = \frac{v^2}{2g}, \quad V = C_v\sqrt{2gH}, \quad v = \sqrt{2gl}$$

$$C_v^2 H + h = l, \quad C_v 0\sqrt{(l^h)/H} = \sqrt{3/4} = 0.866$$

$$Q = C\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gH}$$

$$C = \frac{Q}{(\pi d^2/4)\sqrt{2gH}} = \frac{0.018}{(\pi 0.06^2/4)\sqrt{2g \times 4}} = 0.719$$

$$C_c = \frac{C}{C_v} = \frac{0.719}{0.866} = 0.83$$

4c-4. 直径 $200mm$ からに急縮小している円管内を流量 $0.06m^3/s$ の水が流れている．急縮小前後の圧力が水柱差で $0.655m$ ある．流れの縮流係数を求めよ．(JF Douglas, p157)

（解）

$$h_l = \frac{(v_c - v_2)^2}{2g}, \quad v_c = \frac{1}{C_c} v_2, \quad h_l = (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \{1 + (\frac{1}{C_c} - 1)^2\}\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = 0.655m, \quad v_1 = \frac{0.06}{\pi 0.2^2/4} = 1.91m/s$$

$$v_2 = \frac{0.06}{\pi 0.15^2/4} = 3.4m/s, \quad C_c = 0.615$$

4c-5. 図に示すように円管内にオリフィスが取り付けられている．オリフィスによる管路の損失を求めよ．(JF Douglas, p159)

（解）

$$h_l = \frac{(v_c - v)^2}{2g}, \quad v_c = \frac{D^2}{C_c d^2}$$
$$h_l = \left(\frac{D^2}{C_c d^2} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

4c-6. 内径 $15cm$ の管を用いて排水する場合，水温 15^oC おいて，(1) 流量最大になるときはいからぬ状態か．(2) 最大流量を求めよ．(西山，流体力学, p48)

（解）

$$\frac{p_a}{\gamma} + 0 + 0 = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} + 3$$
$$v_b = \sqrt{2g\left(\frac{p_a - p_b}{\gamma} - 3\right)}$$
$$p_a = 1.0332kgf/cm^2, \quad p_b = 0.0174kgf/cm^2 \ (15^oC)$$
$$v_b = \sqrt{2g\{10^{-3}(10332 - 174) - 3\}} = 11.84m/s$$
$$Q = \frac{\pi 0.15^2}{4} \times 11.84 = 0.21m^3/s$$

4c-7. 図に示すように，大きな水槽よりサイフォンにより水を放出している．サイフォンの管内径は $50mm$ で，その出口は内径 $25mm$ のノズルになっているとき，流出する水の流量を求めよ．また図の B, C, D および E 点での圧力を求めよ．ただし，すべての損失歯無視する．(宮井，水力学, p72)

（解）

$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + 3 = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_f^2}{2g} + 0, \quad v_f = \sqrt{2g \times 3} = 7.67m/s$$
$$Q = \frac{\pi 0.025^2}{4} \times 7.67 = 4.77 \times 10^3 m^3/s, \quad v_c = \frac{Q}{(\pi D^2/4)} = 1.92m/s$$
$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + 0 = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{v_c^2}{2g} + 1.2$$
$$p_{c(gage)} = p_c - p_a = -\rho v_c^2 - 1.2\rho g = -10^3(1.84 + 11.76) = -13.6kPa$$
$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + 3 = \frac{p_b}{\rho g} + \frac{v_c^2}{2g} \ (v_c = v_b)$$
$$p_{b(gage)} = -1.84kPa, \quad p_{d(gage)} = -1.84kPa$$
$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + 3 = \frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_c^2}{2g} \ (v_c = v_e)$$
$$p_{e(gage)} = 10^3(3g - 1.84) = 27.6kPa$$

4c-8. 図に示すように長さ $4m$, 直径 $15cm$ の円管をつけた直径 $1m$, の円筒水槽に $0.2m^3/s$ の水が供給去れているとき，水槽の水深はいくらになるか．また管内の圧力を求めよ．

（解）

$$\frac{\pi 0.15^2}{4} v = 0.2, \quad v = 11.32m/s$$

$$\frac{p_a}{\rho g}+0+(H+4)=\frac{p_a}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+0$$
$$H+4=\frac{v^2}{2g}=6.54, \quad H=2.54m$$

4c-9. 空気の流れの動圧がピトー管を用いて測定され， $0.279kgf/cm^2$ を得た．空気の静圧 $1atm$, 温度 20^oC であるとき, (1) 非圧縮性流体と仮定した場合，(2) 圧縮性流体と仮定した場合の空気の流速を比較せよ．(生井, 水力学演習, p220)

（解）

$$v=\sqrt{2g\frac{\Delta p}{\gamma}}=\sqrt{2g\frac{0.279\times 10^4}{1.205}}=213m/s\ (\gamma=1.205kgf/m^3)$$
$$a=\sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}=\sqrt{\frac{1.4\times 1.0332\times 10^4}{1.205}}=343m/s$$
$$M=\frac{v}{a}=0.62, \quad C_p=1.09\ (table)$$
$$\frac{\Delta p}{(\rho v'^2/2)}=1.09, \quad v'=204m/s$$
$$\frac{v-v'}{v}=\frac{213-204}{213}=0.042\ (4.2\%)$$

4c-10. 図に示すような傾斜している直径 $4cm$ のベンチュリ管が直径 $8cm$ の円管に取り付けられている．水銀マノメータの読みが $10cm$ であるとき円管内を流れる水の流量を求めよ．(Pao, p102)

（解）

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$
$$\frac{p_1}{\rho g}+(z_1-z+0.1)-\rho_g gh-z_1=\frac{p_2}{\rho g}$$
$$\frac{p_1}{\rho g}-\frac{p_2}{\rho g}=z+0.1(13.6-1)$$
$$\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_1}{\rho g}-\frac{p_2}{\rho g}-z, \quad v_1=\frac{v_2}{4}$$
$$\frac{v_2^2}{2g}(1-\frac{1}{16})=0.1(13.6-1), \quad v_2=\sqrt{2g(1.34)}=5.2m/s$$
$$Q=\frac{\pi 4^2}{4}\times 5.2=65.35m^3/s$$

4c-11. 図に示すようなタービンに $0.21m^3/s$ の水が流れている．入口 A と出口 B のゲージ圧力はそれぞれ $150kPa$, $-35kPa$ である．流れによるエネルギ損失はないものとして，みずよりタービンに与えられた動力をもとめよ．(広瀬, 流れ学, p47)

（解）

$$H_T=(\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{v_2^2}{2g})-(\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{v_1^2}{2g})$$
$$v_1=\frac{0.21}{\pi 0.3^2/4}=2.97m/s, \quad v_2=\frac{0.21}{\pi 0.6^2/4}=0.74m/s,$$
$$H_T=\frac{2.97^2-0.74^2}{2g}+\frac{10^3(150-35)}{\rho g}+0.9=0.42+18.87+0.9=20.19m$$
$$P_T=\rho gQH_T=10^3\times 0.21\times 20.19=41.55kw$$

4c-12. 図に示すように，送風機で内径 $300mm$ の管路に送風する．いま流量 $2m^3/s$, 管路出口圧力 $4kPa$ のとき，送風機を運転するに必要な軸動力を求めよ．ただし空気の密度は $1.225kg/m^3$, 送風機の効率は 0.75 とする．また送風機出口から管路出口までの損失は無視するものとする．(宮井，水力学, p129)

（解）

$$
\begin{aligned}
&H = (\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g)}) - (\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1}{2g}) \\
&v_2 = \frac{2}{\pi 0.3^2/4} = 28.3m/s, \quad H = \frac{28.3^2}{2g} + \frac{4 \times 10^3}{1.225g} = 374m \\
&P = \rho g Q H = 1.225g \times 2 \times 374 = 9.99kw
\end{aligned}
$$

4c-13. 図に示すようなタービンが $6m^3/s$ の水を流出させ， A における圧力がゲージで $0.85kgf/cm^2$ を指示している．このときタービンの出力効率 （解）

$$
\begin{aligned}
&H_T = (\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}) - (\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g}) \\
&p_1 = 085kgf/xm^2, \quad Q = 6m^3/s, \quad \eta = 0.8 \\
&H_T = \frac{800 \times 75}{10^3 \times 6 \times 6 \times 0.8} = 12.5m \\
&v_1 = \frac{6}{(\pi 1.2^2/4)} = 5.3m/s, \quad v_2 = \frac{6}{(\pi 1.5^2/4)} = 3.4m/s \\
&\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{5.3^2 - 3.4^2}{2g} + 2 = 12.5 \\
&p_1 - p_2 = \rho g(12.5 - 2.84) = 9.47 \\
&p_2 = 0.85 - 9.47 = -8.62kgf/cm^2
\end{aligned}
$$

4c-14. 流量 $Q = 2m^3/s$ の水が流れている断面積 $1m^2$ の管の一部を狭め，図のように細管（断面積 $a = 0.5cm^2$）から薬液を $200cc/s$ だけ注入したい．管の狭まり部の断面積 A を求めよ．だだし損失はないものとし，薬液の比重は水と同じとする．(豊倉, 流体力学, p75)

（解）

$$
\begin{aligned}
&Av = A_o v_o = Q, \quad \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}, \quad \frac{vo^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} \\
&\frac{p_a}{\gamma} = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}, \quad va = q \\
&\frac{p}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_o^2 - v_1^2}{2g} = -h - \frac{v^2}{2g} \\
&\frac{1}{2g}(\frac{Q}{A_o})^2\{1 - (\frac{A_o}{A})^2\} = -h - \frac{1}{2g}(\frac{q}{a})^2 \\
&Q = 2m^3/s,\ A_o = 1m^2,\ q = 2 \times 10^{-4}m^3/s,\ a = 0.5cm^2 = 5 \times 10^{-5}m^2 \\
&\frac{1}{2g}(4)(1 - \frac{1}{A^2}) = -1 - \frac{1}{2g}(\frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-5}})^2, \quad A = 0.314m^2
\end{aligned}
$$

4c-15. 直径 $5cm$ のオリフィス流量係数が 0.66 で，オリフィスのヘッドが $2m$ のときのオリフィスからの流量を求めよ．(富田，水力学, p77)

（解）

$$
Q = 0.66\frac{\pi 0.05^2}{4}\sqrt{2g \times 2} = 8.1l/s
$$

4c-16. 図に示すような二つの円盤からなる混合装置がある．軸の回転速度を $60rpm$ とすれば軸馬力は幾らになるか．ただし装置内の流体は水 (20^oC) とする．(Pao, p410)

（解）

$$
\begin{aligned}
&r = 60cm, \quad d - 10cm, \quad \omega = 60rpm\\
&v = 2\pi r\omega = 2\pi \times 0.6 \times (\frac{60}{60}) = 3.77m/s\\
&R_e = \frac{vd}{\nu} = \frac{3.77 \times 0.1}{1.0011 \times 10^{-6}} = 3.72 \times 10^5, \quad C_D = 1.1\ (table)\\
&D = C_D(\frac{\rho v^2}{2})A = 1.1 \times \frac{10^3 \times 3.77^2}{2g} \times \frac{\pi 0.1^2}{4} = 6.26kgf\\
&T = 2Dr = 2 \times 6.26 \times 0.6 = 7.5kgf - m\\
&P = \frac{2Dr}{75} = \frac{2 \times 6.26 \times 3.77}{75} = 0.63PS
\end{aligned}
$$

4c-18. 図に示すように二つの同心回転円筒のすき間に液体を入れ外側の円筒を回転させて液体の粘性係数を測定することができつ．粘性係数 μ が次の式で示されることを証明せよ．ただし T は粘性摩擦に打ち勝つべき回転モーメント，ω は角速度内での速度は直線的とする．

（解）

$$
\begin{aligned}
&\frac{du}{dy} = \frac{r_2\omega}{a}, \quad \tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{r_2\omega}{a}\\
&T_c = r_1(a_c)_1\tau = 2\pi r_1^2 h\mu\frac{r_2\omega}{a} dT_b = r\tau da = r\mu\frac{r\omega}{b} rd\theta dr\\
&T_b = \frac{\mu\omega}{b}\int_0^{r_1}\int_0^{2\pi} r^3 drd\theta = \frac{\mu\omega\pi r_1^4}{2b}\\
&T = T_c + T_b = \frac{2\pi r_1^2 r_2 h\omega\mu}{a} + \frac{\pi r_1^4\omega\mu}{2b}\\
&\mu = \frac{2abT}{\{\pi r_1^2\omega(4r_2bh + r_1^2a)\}}
\end{aligned}
$$

4c-19. 内径 $150mm$ の吸い込み管を有する渦巻きポンプが水面より $2.4m$ の高さに取り付けてある．この点に取り付けてある吸い込み管の真空計の読みが図示のように $254mmH_g$ の負圧を示すとき，ポンプの揚水量を求めよ．ただし管の摩擦損失はないものとする．(池森, 水力学, p100)

（解）

$$
\begin{aligned}
&\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z = \frac{p_a}{\gamma}, \quad p_a - p = \gamma_s h\\
&v = \sqrt{2g(\frac{\gamma_s}{\gamma} \times h - z)} = \sqrt{2g(13.6 \times 0.254 - 2.4)} = 4.54m/s\\
&Q = Av = \frac{\pi}{4}0.15^2 \times 4.54 = 0.08m^3/s = 80l/s
\end{aligned}
$$

4c-20. 上部が大気に開放している直径の円筒形水槽の底に流量係数直径の小穴を設け排水する．水槽水面の高さがのとき，水槽内の水を全部排水するのに必要な時間を求めよ．

（解）

$$
\begin{aligned}
&-Adz = Qdt, \quad Q = cav = ca\sqrt{2gz}\\
&-Adz = ca\sqrt{2gz}dt, \quad dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}}\frac{dz}{\sqrt{z}}\\
&T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}}\sqrt{H - 0}
\end{aligned}
$$

$$T=\frac{2(\pi 2^2/4)}{0.63(\pi 0.06^2/4)\sqrt{2g}}\times\sqrt{3}=1379.3sec=23min$$

4c-21. 図に示すような管路を $8.0m^3/min$ の水がポンプによって送られている．ポンプの動力を求めよ．ただし，マノメータ液は水銀が使用されている．

（解）

$$H_p=\frac{v_2^2-v_1^2}{2g}+(\frac{p_2}{\rho g}+z)+(\frac{p_1}{\rho g}+0)$$
$$\frac{\Delta p}{\rho g}=(\frac{p_2}{\rho g}+z)+(\frac{p_1}{\rho g}+0)=h(\frac{\rho_g}{\rho}-1)=1.3(13.6-1)=16.38$$
$$v_1=\frac{8.0/60}{\pi 0.2^2/4}=4.24m/s,\quad v_2=\frac{8.0/60}{\pi 0.15^2/4}=7.54m/s$$
$$H_p=1.98L16.38=18.4,\quad L=\rho gQH_p=10^3g\times 0.1333\times 18.4=24.0kw$$

4c-22. 図に示すような四角せき，三角せきの流量の式を求めよ．(菊山，流体工学演習, p75)

（解）

$$(1)\ Q=C\sqrt{2g}\int_0^H b\sqrt{h}dh=\frac{2}{3}cb\sqrt{2g}H^{3/2}$$
$$(2)\ b=2(H-h)\tan\frac{\theta}{2}$$
$$Q=C\sqrt{2g}2\tan\frac{\theta}{2}\int_0^H(H-h)\sqrt{h}dh=\frac{8}{15}C\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{2g}H^{5/2}$$
$$\text{For }\theta=90^o,\ \tan\frac{\theta}{2}=1,\quad Q=\frac{8}{15}C\sqrt{2g}H^{5/2}$$

4c-23. 図は流量を測定するためのベンチュリ管で，鉛直に設置されており， U 字管差圧計には水銀 $(s=13.6)$ が入っている． AB 間にエネルギー損失はないものとして水の流量を求めよ

（解）

$$\frac{v^a}{2g}+\frac{p_a}{\rho g}=v_b^2+\frac{p_b}{\rho g}+0.4$$
$$v_a=(\frac{125}{250})^2v_b=\frac{v_b}{4},\quad \frac{p_a-p_b}{\rho g}=3.172mAq$$
$$\frac{p_a}{\rho g}+z+0.22=\frac{p_b}{\rho g}+0.4; z+0.22\times 13.6$$
$$(1-\frac{1}{16})\frac{v_b^2}{2g}=\frac{p_a-p_b}{\rho g}-0.4=3.172-0.4=2.772$$
$$v_b=7.62m/s,\quad Q=A_bv_b=\frac{\pi\times 0.125^2}{4}\times 7.62=0.0935m^3/s$$

4-2. 流量をチェックするために平均流速を与える半径位置にピトー管を設置したい．いま速度分布が $1/n$ 乗則に従うものとしてその位置を求めよ．また $n=7$ のときの値を求めよ.（加藤，流れの力学, p54）

（解）

$$Q=\int_0^R 2\pi rudr=2\pi U\int_0 R(1-\frac{r}{R})^{1/n}rdr,\quad \frac{r}{R}=t,\quad dr=-Rdt$$
$$Q=^2\pi R^2U\int_1^0 t^{1/n}(1-t)dt=\frac{2n^2}{(2n+a)(n+1)}U\pi R^2$$

$$Q = \pi R^2 V, \quad \frac{V}{U} = \frac{2n^2}{(2n+a)(n+1)} = (\frac{y_m}{R})^{1/n}$$

$$\frac{y_m}{R} = [\frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)}]^n$$

$$For\ n = 7,\ y_m = (\frac{98}{120})^7 R = 0.242R$$

3-5. 図に示すベンチュリ管において断面 (1) の直径が $7.5cm$, 断面 (2) の直径が $5.0cm$ である．水の流量が $0.6m^3/min$ のとき断面 (1)，(2) 間に生じる圧力差は水銀マノメータでいくらに指示されるか.

（解）

$$v_1 = \frac{Q}{\pi d_1^2/4} = \frac{0.01 \times 4}{\pi 0.075^2} = 2.26m/s, \quad v_2 = \frac{Q}{\pi d_2^2/4} = \frac{0.01 \times 4}{\pi 0.05^2} = 5.09m/s$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{5.09^2 - 2.26^2}{2g} = 1.06$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = 1.06 = h(\frac{\rho_g}{\rho} - 1), \quad h = 84.2mmHg$$

2-57. 図に示すように直径 $11.96cm$, 長さ $14cm$ のピストンが内径 $12cm$ のシリンダ中で動く場合，ピストンとシリンダ中の隙間を満たしている潤滑油の粘性係数が $0.0657Pas$ としたら，軸方向の荷重が $8.34N$ のときピストンの落下速度を求めよ．(松本，水力工学例題演習，p170)

（解）

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2} = 0.2mm, \quad A = \pi d_2 l = 0.0526lm$$

$$v = \frac{Fh}{\mu A} = \frac{8.34 \times 0.0002}{0.0657 \times 0.0526} = 48.3cm$$

2-58. 内径 $18cm$, 長さ $1260m$ の管路を通して，粘性係数 $0.87Pas$, 比重 0.95 の油を毎秒 $24l$ 輸送するのに必要な圧力を求めよ．(松本，水力工学例題演習，p170)

（解）

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.87}{0.95 \times 10^3} = 9.15 \times 10^{-4}, \quad v = \frac{4Q}{\pi d^2} = 0.943m/s$$

$$R_e = \frac{vd}{\nu} = 185.4 < 2000$$

$$\Delta p = Q \frac{128\mu l}{\pi d^4} = 1021.1kPa$$

2-59. 平行平板間の層流流れ（二次元ポアズイユ流れ）の壁面におけるせん断応力を求めよ．(JF Douglas, p83)

（解）

$$v = \frac{\Delta p}{l} \frac{h^2}{2\mu} [\frac{y}{h} - (\frac{y}{h})^2]$$

$$V = \frac{Q}{h} = \frac{\Delta p}{l} \frac{h^2}{12\mu}, \quad \frac{\Delta p}{l} = \frac{12\mu V}{h^2}$$

$$\tau = \mu(\frac{dv}{dy})_{y=0} = \mu \frac{\Delta p}{l} \frac{h}{2\mu} = \frac{6\mu V}{h}$$

3-6. 図に示すシリンダー内に油が満たされている．この中で半径 R, 長さ l のピストンを一定の速度で動かすとき，(1) ピストンにかかる力を求めよ．(2) 粘性を無視し，かつ，隙間を通る流れの動圧が全部損失になるとしたときのピストンに作用する力を求めよ．ただし，シリンダーとピストンの隙間はピストンの直径に比べ非常に小さいものとする．(村上，(演習流体機械，p27)

（解）

$$(1)\ v = U[\frac{y}{h} + P\frac{y}{h}(1-\frac{y}{h})], \quad P = (-\frac{dp}{dx})\frac{h^2}{2\mu U}$$

$$Q = b\int_0^h vdy = Uh(\frac{1}{2}+\frac{P}{6})b, \quad V = U(\frac{1}{2}+\frac{P}{6})$$

$$\pi R^2 U = V(2\pi Rh) = (\frac{Uh}{2} + \frac{\Delta p}{12\mu l}h^3)2\pi R$$

$$F = \pi R^2 \Delta p = \frac{6\pi\mu lU}{h^3}R^3(1-\frac{h}{R}), \quad \frac{h}{R} << 1$$

$$F = 6\pi\mu lU(\frac{R}{h})^3$$

$$(2)\ p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}V^2 = \frac{\rho}{2}(\frac{Q}{2\pi Rh})^2 = \frac{\rho}{2}(\frac{\pi R^2 U}{2\pi Rh})^2 = \frac{\rho}{2}(\frac{R^2U}{4h^2})$$

$$F = \pi R^2(p_2 - p_1) = \frac{\rho\pi R^2}{8}(\frac{R}{h})^2 U$$

2-55. 直径 $100mm$ から $150mm$ に急拡大している円管内を流量 $1.8m^3/min$ の水が流れている．次の値を求めよ．(1) 損失水頭,(2) 圧力差,(3) 損失を無視したときの圧力差．(JF Douglas, p164)

（解）

$$h_l = [1-(\frac{0.1}{0.15})^2]^2\frac{v_1^2}{2g} = 0.229m$$

$$v_1 = \frac{0.03}{(\pi 0.1^2/4)} = 3.81m/s, \quad v_2 = \frac{0.03}{(\pi 0.15^2/4)} = 1.69m/s$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_l = 0.594 - 0.229 = 0.365$$

$$\Delta p = \rho g \times 0.365 = 3.58kPa$$

$$\text{For no losses, } \Delta p = \rho g \times 0.594 = 5.83kPa$$

2-56. 高さ $45m$ から $2.5m$ まで傾斜円管内を水が流れている．直径 d の円管は途中から $2d$ に急拡大している．いま直径 d の入口の圧力が $860kPa$ で $2d$ の円管の速度が $2.4m/s$ としたときの高さ $2.5m$ の点の圧力を求めよ．(JF Douglas, p164)

（解）

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - (1-\frac{A_1}{A_2})^2\frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} + \rho g(z_1 - z_2) - \rho(\frac{3}{4})^2 \frac{v_1^2}{2}$$
$$p_1 = 860kPa, \quad v_2 = 2.4m/s, \quad v_1 = 4v_2 = 9.6m/s$$
$$p_2 = 10^3(860 + \frac{9.6^2 - 2.4^2}{2} + 42.5g - \frac{9}{16} \times 46.2) = 1294.1kPa$$