

3-2. 図に示す漏斗の下部は円筒になっている。これに密度 ρ の液体を入れて (3) から流出させるとき、円筒上部 (2) の圧力 p を大気圧の ε 倍 ($\varepsilon < 1$) にするには、円筒部分の長さ h をいくらにしたらよいか。

(解)

$$\frac{p}{\rho g} + h = p_a, \quad p = p_a \varepsilon, \quad h = \frac{p_a - p}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} (1 - \varepsilon)$$

3-3. オリフィスから水が毎分 0.42 立方米流出している。オリフィスのヘッドが 2m 直径が 5cm ならば流量係数はいくらか。

(解)

$$Q = CA\sqrt{2gH}, \quad C = \frac{0.42/60}{(\pi 0.05^2/4)\sqrt{2g \times 2}} = 0.569$$

3-4. 噴水を設計するにあたり、吹き上げる高さを 10m にしたい。速度係数 0.9 のノズルを使用するとき、必要な圧力を求めよ。

(解)

$$H = \frac{v_a^2}{2g} = \frac{c_v^2(2gH')}{2g}, \quad H' = \frac{H}{c_v^2} = \frac{10}{0.9^2} = 12.34m$$

$$p = 121.1kPa(1.234kgf/cm^2)$$

3-5. 図に示すベンチュリ管において断面 (1) の直径が 7.5cm, 断面 (2) の直径が 5.0cm である。水の流量が 0.6m³/min のとき断面 (1), (2) 間に生じる圧力差は水銀マノメータでいくらに指示されるか。

(解)

$$v_1 = \frac{Q}{\pi d_1^2/4} = \frac{0.01 \times 4}{\pi 0.075^2} = 2.26m/s, \quad v_2 = \frac{Q}{\pi d_2^2/4} = \frac{0.01 \times 4}{\pi 0.05^2} = 5.09m/s$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{5.09^2 - 2.26^2}{2g} = 1.06$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = 1.06 = h\left(\frac{\rho g}{\rho} - 1\right), \quad h = 84.2mmHg$$

3.6. 図に示すような管を流れる水の流量を求めよ。ただし図の位置におけるピトー管によって管内平均流速が測定されるとする。また水および CC14 の密度はそれぞれ 998kg/m³, 1594kg/m³ とする。

(解)

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{\rho g}{\rho} - 1\right)} = \sqrt{2gh \times 0.1\left(\frac{1594}{998} - 1\right)} = 1.08m/s$$

$$Q = \frac{\pi 0.15^2}{4} \times 1.08 = 0.0191m^3/s$$

3-7. 上部が大気に開放している直径 1m の円筒形水槽の底に流量係数 0.6 直径 5cm の小孔を設け排水する。水槽水面の高さが 2m のとき、水槽内の水を全部排水するのに必要な時間を求めよ。

(解)

$$-Adz = Qdt, \quad Q = cav = ca\sqrt{2gz}$$

$$-Adz = ca\sqrt{2gz}dt, \quad dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}} \frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}} \sqrt{(H-0)}$$

$$T = \frac{2(\pi 1^2/4)}{0.6(\pi 0.05^2/4)\sqrt{2g}} \times \sqrt{2} = 426 \text{sec}$$

3-7-2. 上部が大気に開放している直径 $2m$ の円筒形水槽の底に流量係数 0.63 直径 $6cm$ の小孔を設け排水する。水槽水面の高さが $3m$ のとき、水槽内の水を全部排水するのに必要な時間を求めよ。

(解)

$$-Adz = Qdt, \quad Q = cav = ca\sqrt{2gz}$$

$$-Adz = ca\sqrt{2gz}dt, \quad dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}} \frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}} \sqrt{(H-0)}$$

$$T = \frac{2(\pi 2^2/4)}{0.63(\pi 0.06^2/4)\sqrt{2g}} \times \sqrt{3} = 1379.3 \text{sec} = 23 \text{min}$$

3-8. 図に示すようなピストンおよびシリンダーがある。直径 $D = 30cm$ のピストンに力 $F = 4kN$ を加えた。オリフィスの直径 $d = 5cm$, $H = 0.5m$ のとき、オリフィスからの水の流量を求めよ。ただし流量係数は $c = 0.6$ とする。

(解)

$$p_{\text{gage}} = \frac{4 \times 10^3}{\pi 0.3^3/4} = 56.6 \text{Pa}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + H = \frac{v_2^2}{2g}, \quad 4.55 + 0.5 = \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2 = 11.1 \text{m/s}, \quad Q = 0.6 \times \frac{\pi 0.05^2}{4} \times 11.1 = 0.013 \text{m}^3/\text{s}$$

3-9. ポンプで水を吸い上げている。吸い込みから面管内 $z = 1.5$ の高さにおいて水銀マンメータで吸い込み管内の静圧を測定した場合、 $h \text{mmHg}$ だけ大気圧より低い値を得た。ポンプ流量 $Q = 0.6 \text{m}^3/\text{min}$, 吸い込み直径 7.5cm のとき $h \text{mmHg}$ を求めよ。但し水銀の密度は 13550kg/m^3 , 水の密度は 998kg/m^3 , 大気ヘッドは 10.3mmHg とする。

(解)

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = p_a, \quad v = \frac{0.6/60}{\pi 0.075^2/4} = 2.26 \text{m/s}$$

$$\frac{v^2}{2g} + z = \frac{\rho_g}{\rho} h = 0.26 + 1.5 = 1.76, \quad h = \frac{998}{13550} \times 1.76 = 129.6 \text{mmHg}$$

3-10. 図に示すような低速風洞用ファンがある。直径 400mm の吹き出し口から、最大流速 30m/s の風を送るとする。ファンの効率 75% とするとき、これを駆動するモータの動力を求めよ。ただし空気の密度は 1.205kg/m^3 とする。

(解)

$$H_f = \frac{v^2}{2g}, \quad Q = \frac{\pi D^2}{4} v, \quad L = \frac{\rho g Q H_f}{\eta}$$

$$Q = \frac{\pi 0.4^2}{4} \times 30 = 3.77, \quad H_f = \frac{30^2}{2g} = 45.87$$

$$L = \frac{1.205g \times 3.77 \times 45.87}{0.75} = 2.72\text{kw}$$

3-11. 図のような管路を $7.0\text{m}^3/\text{min}$ の水がポンプによって送られている。必要なポンプ動力を求めよ。ただし水銀マノメータが使用されている。

(解)

$$H_p = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \left(\frac{p_2}{\rho g} + z\right) + \left(\frac{p_1}{\rho g} + 0\right)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \left(\frac{p_2}{\rho g} + z\right) + \left(\frac{p_1}{\rho g} + 0\right) = h\left(\frac{\rho_g}{\rho g} - 1\right) = 1.3(13.6 - 1) = 16.38$$

$$v_1 = \frac{7.0/60}{\pi 0.2^2/4} = 3.71\text{m/s}, \quad v_2 = \frac{7.0/60}{\pi 0.15^2/4} = 6.60\text{m/s}$$

$$H_p = 0.70 + 2.22 + 16.38 = 17.9$$

$$L = \rho g Q H_p = 10^3 g \times 0.1166 \times 17.9 = 20.5\text{kw}$$

3-11-2. 図に示すような管路を $8.0\text{m}^3/\text{min}$ の水がポンプによって送られている。ポンプの動力を求めよ。ただし、マノメータ液は水銀が使用されている。

(解)

$$H_p = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \left(\frac{p_2}{\rho g} + z\right) + \left(\frac{p_1}{\rho g} + 0\right)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \left(\frac{p_2}{\rho g} + z\right) + \left(\frac{p_1}{\rho g} + 0\right) = h\left(\frac{\rho_g}{\rho g} - 1\right) = 1.3(13.6 - 1) = 16.38$$

$$v_1 = \frac{8.0/60}{\pi 0.2^2/4} = 4.24\text{m/s}, \quad v_2 = \frac{8.0/60}{\pi 0.15^2/4} = 7.54\text{m/s}$$

$$H_p = 1.98 + 16.34 + 16.38 = 18.34$$

$$L = \rho g Q H_p = 10^3 g \times 0.1333 \times 18.4 = 24.0\text{kw}$$

3-12. 図のような水平におかれた二枚の円板を、水が中心から外方に向かって放射状に流れている。流量 Q ，流入管直径 $2r_1$ ，円板直径 $2r_2$ ，円板距離 s ，円板外部の圧力を p_a とするとき、円板間の流れで中心から半径 r における圧力 p ，および円板の半径 r_1 から r_2 に至る環状面積に対して働く全圧力を求めよ。

(解)

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_a}{\rho g}, \quad Q = 2\pi r s v = 2\pi r_2 v_2$$

$$p_a - p = \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{2\pi r_2 s} \right)^2 \left\{ \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 - 1 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right\}$$

$$F = \int_{r_1}^{r_2} (p_a - p) 2\pi r dr = \rho \pi \left(\frac{Q}{2\pi r_2 s} \right)^2 \left\{ r_2^2 \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) \right\}$$

3-18. 直径 30mm の噴流水が 40m/s の速度で噴流の方向 45 度をなす静止平面にあたる時、平面に垂直に作用する力はいくらか。

(解)

$$P = \rho Q v^2 \sin \theta = 10^3 \left(\frac{\pi 0.03^2}{4} \right) \times 40^2 \sin 45^\circ = 799.7 N$$

3-19. 流量 3.36m³/min, 速度 8m/s の水噴流が大きな平板に対して垂直に衝突している。平板が噴流と同方向に 2m/s で動くとき、平板に与える動力を求めよ。

(解)

$$P = \rho Q (v - V), \quad L = PV = \rho Q (v - V) V$$

$$L = 10^3 \left(\frac{3.36}{60} \right) (8 - 2) \times 2 = 672 w$$

3-20. 図のような曲がり管内を水が流れているとき、流れが管に与える力を求めよ。ただし曲がり管内の水の質量を M とする。

(解)

$$P_x = \rho Q (v_1 - v_2 \cos \theta) + p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \theta$$

$$-P_y = \rho Q v_2 \sin \theta + p_2 A_2 \sin \theta + Mg$$

3-21. 水槽側壁のノズルから水が噴出している。ノズル中心から水面までは 1.5m あり、ノズル直径 5cm, ノズルの流量係数は 0.95 のとき噴流による推力を求めよ。

(解)

$$P = 0 - \rho Q v = -C \rho A (2gh) = -0.95 \times 10^3 \left(\frac{\pi 0.05^2}{4} \right) (2g \times 1.5) = -54.9 N$$

3-22. 芝生用のスプリンクラー（散水器）は 2 本のノズルから水を噴出させて、その反動で回転するようになっている。図のようなスプリンクラーの毎分噴出する水が 12l で、ノズルの直径が 4mm であると、これを回転ないように止めておくにはどれだけのモーメントを加える必要があるか。ただしノズルは水平に対して 15 度上向いているものとする。

(解)

$$T = \rho Q v \sin \theta \cos \alpha \times r, \quad v = \frac{Q}{2A}$$

$$v = \frac{12 \times 10^3 / 60}{2(\pi 0.004^2 / 4)} = 7.96 m/s, \quad \theta = 60^\circ, \quad \alpha = 15^\circ$$

$$T = 10^3 \left(\frac{12}{60} \right) \times 10^{-3} \times 7.96 \times \sin 60^\circ \cos 15^\circ \times 0.1 = 0.133 Nm$$

3-23. 図は管内層流の入口部分（助走区間）速度分布の変化を示す．長さ L の管が受ける力はどのようなものか．ただし圧力の管内断面上の変化は無視し得るものとし，図中の (2) 部分の速度分布は次式で与えられるものとする．

$$v = v_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}$$

(解)

$$-D_f + (p_1 A - p_2 A) = \int \rho v^2 dA - \rho v_1^2 A$$

$$v = v_{max} \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\}$$

$$\pi R^2 v_1 = \int_0^R v 2\pi r dr = \int_0^R v_{max} \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} 2\pi r dr = v_{max} \left(\frac{\pi R^2}{2} \right)$$

$$v_{max} = 2v_1$$

$$-D + \pi R^2 (p_1 - p_2) = \int_0^R \rho \left\{ 2v_1 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right\}^2 2\pi r dr - \rho \pi R^2 v_1^2$$

$$= 8\rho\pi R^2 v_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) - \rho\pi R^2 v_1^2$$

$$D_f = (p_1 - p_2)\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi R^2 v_1^2$$

3-23-2. 円管の速度分布が次式で示される場合の断面 (1),(2) における運動量の比を求めよ．また，円管壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ．ただし， r は管中心からの距離， R は管の半径， v_1 は入口の一律速度， U は管中心における流速とする．

$$v = U \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}$$

(解)

$$M_1 = \rho\pi R^2 v_1^2$$

$$\pi R^2 v_1 = \int_0^R v 2\pi r dr = \int_0^R U \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} 2\pi r dr = U \frac{\pi R^2}{2}, \quad U = 2v_1$$

$$M_2 = \int_0^R \rho \left\{ 2v_1 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right\}^2 2\pi r dr = 8\rho\pi R^2 v_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) = \frac{4}{3}\rho\pi R^2 v_1^2$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{4}{3}$$

$$-D_f + (p_1 A - p_2 A) = M_2 - M_1$$

$$D_f = (p_1 - p_2)\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi R^2 v_1^2$$