1.（解） 定常流，速度，圧力，場所，非定常流，速度，圧力，時刻，場所，弁の開閉時，タンクからの水の放出時

2. 二次元定常流れにおける軸方向の速度成分が次式で与えられるとき，点 (3,1) を通る流線の方程式を求めよ．

$$u = 4x^2y, \quad v = -4y^2x$$

（解）

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{-4y^2x}{4x^2y}, \quad \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$$

$$xy = c, \text{ at point } (3,1),\ C = 3,\ xy = 3$$

3. 一次元非定常流れの速度 v が次式で与えられるときの加速度を求めよ．

$$v = \frac{2s}{(1+t)}$$

（解）

$$a_s = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial s} = -\frac{2s}{(1+t)^2} + \frac{2s}{1+t}\frac{2}{1+t} = \frac{2s}{(1+t)^2}$$

4. 軸方向の速度成分 u, v が $u = u(x, y, t),\ v = v(x, y, t)$ と表せる二次元流れの加速度成分は次のようになることを示せ．

$$a_x = \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}, \quad a_y = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}$$

（解）

$$\Delta u = u(x+\Delta x,\ y+\Delta y,\ t+\Delta t) - u(x,\ y,\ t) = \frac{\partial u}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial u}{\partial x}u\Delta t + \frac{\partial u}{\partial y}v\Delta t + O\{(\Delta t)^2)\}$$

$$a_x = \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\Delta v = v(x+\Delta x,\ y+\Delta y,\ t+\Delta t) - v(x,\ y,\ t) = \frac{\partial v}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial v}{\partial x}u\Delta t + \frac{\partial v}{\partial y}v\Delta t + O\{(\Delta t)^2)\}$$

$$a_y = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}$$

5. 問題 (2) の場合，点 (3, 1) における流体の加速度の大きさとその方向を求めよ．
（解）

$$a_x = 4x^2y(8xy) - 4y^2x(4x^2) = 16x^3y^2$$

$$a_y = 4x^2y(-4y^2) - 4y^2x(-8yx) = 16x^2y^3$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 16x^2y^2\sqrt{x^2+y^2}, \quad \theta = tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$\text{At point } (3,\ 1),\ a = 455.4,\ \theta = 18.4^o.$$